

Berechnung von Querschnitten mit mehrlagiger Spannbewehrung nach dem Verfahren von Busemann.

Von Prof. Dr.-Ing. Alfred Habel, München.

Busemann¹⁾ hat für die Berechnung von Verbundträgern ein Verfahren entwickelt, das sich auch auf Spannbetonquerschnitte anwenden läßt, und eine überraschend einfache genaue Lösung der Spannberechnung auch bei beliebig mehrlagiger Spannbewehrung gestattet. Im folgenden wird zunächst das Verfahren von Busemann auf Querschnitte aus drei Elementen von verschiedenem Elastizitätsmodul erweitert und hierauf seine Anwendung bei Querschnitten mit mehreren Lagen von Spanngliedern ohne zusätzliche Bewehrung behandelt, wobei auch die Gültigkeitsgrenzen des Verfahrens aufgezeigt werden sollen.

Die Berechnung werden die folgenden in der Spannbeton allgemein üblichen zur Berechnungsvereinfachung notwendigen Voraussetzungen gemacht

1. Es bleiben der Querschnitte.

2. Der Elastizitätsmodul E_b des Betons wird während der Dauerlast konstant angenommen.

3. Proportionalität zwischen Spannung und Kriechverformung.

4. Linearität der Schwind- und Kriechkurve des Betons.

5. Nach Sattler²⁾ kann die Veränderlichkeit von E_b während des Lebens mit Recht praktisch vernachlässigt werden. Kritische Abweichungen gegen die beiden letztgenannten Voraussetzungen findet man bei Schwarz³⁾ und Storz⁴⁾.

Spannbetonquerschnitt mit zusätzlicher schlaffer Bewehrung.

Betrachtungen in diesem Abschnitt gehen davon aus, daß die Vorspannen des Betons, das Herstellen des Verbunds und das Auflagen der Dauerlast rasch aufeinander folgen, so daß dazwischen keine Kriechverformungen auftreten und der Zeitpunkt $t = 0$ mit dem Aufbringen der Dauerlast zusammenfällt. Wird die Dauerlast zu einem späteren Zeitpunkt aufgebracht, so ist mit einem vergrößerten Kriechmaß $k\varphi$ zu rechnen, wobei der dem jeweiligen Erstellungsgrad W/W_∞ des Betons entsprechende Beiwert k etwa nach Abb. 3 der DIN 4227 (1950) entnommen werden kann. Der Querschnitt in Bild 1 ist mit Spanngliedern vom Gesamtschwerpunkt F_s und dem Elastizitätsmodul E_s sowie zusätzlich mit Stählen vom Gesamtquerschnitt F_e und dem Modul E_e bewehrt. Der Spanngliedern aus Drähten oder Seilen ist E_s kleiner als E_e . Der Querschnitt wird in der lotrechten Mittelachse dauernd durch ein Biegemoment M beansprucht, das von einer am Balken aufliegenden Dauerlast, beispielsweise Mauerwerk auf einem Deckenanker, herrührt. Es sind die Spannungen nach Ablauf des Kriechens zu berechnen.

Man bezeichnet: $n = E_e/E_b$ $n_s = E_s/E_e$ $n_{sb} = E_s/E_b$

S_b = Schwerpunkt der mit Weglassung von F_s und F_e berechneten Betonfläche F_b

S_f = Schwerpunkt der ideellen Stahlfläche $F_f = F_e + n_s F_s$

I_b = Trägheitsmoment von F_b für die waagerechte Schwerachse durch S_b

I_f = Trägheitsmoment von F_f für die waagerechte Schwerachse durch S_f

Busemann, Kriechberechnung von Verbundträgern unter Benutzung von zwei Tabellen. Bauing. 25 (1950), Heft 11, S. 418.

Sattler, Theorie der Verbundkonstruktionen. Berlin 1953, Wilhelm Ernst & Sohn, Leipzig. Über französische Versuche zur Frage der plastischen Verformung von Beton. B. u. St. 45 (1950), Heft 3, S. 56.

Storz, Tatsächlicher Einfluß des Kriechens auf die Beanspruchung infolge Schwindens. Bautechn. 25 (1948), Heft 4, S. 91.

$i_b = \sqrt{\frac{J_b}{F_b}}$, $i_f = \sqrt{\frac{J_f}{F_f}}$ Trägheitshalbmesser von F_b bzw. F_f .
Auf der lotrechten Mittelachse des Quer-

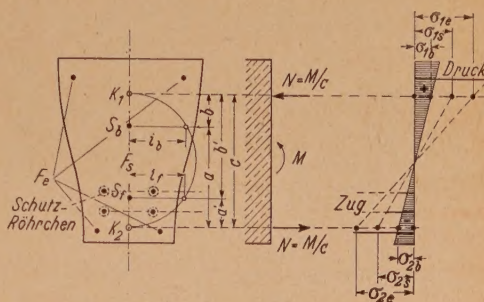


Bild 1. Bestimmung der Kriechpunkte und Spannungen im Zeitpunkt $t = 0$.

schnitts lassen sich zwei „Kriechpunkte“ K_1 und K_2 angeben (Bild 1), die folgende Eigenschaften haben sollen:

1. Steht eine Kraft N in K_1 , so geht sowohl die Resultierende aller Betonspannungen als auch die Resultierende der für sich allein betrachteten Stahlspannungen durch K_1 hindurch und die Nulllinie verläuft durch K_2 .
2. Steht eine Kraft N in K_2 , so gehen die beiden Resultierenden der gesondert betrachteten Beton- und Stahlspannungen durch K_2 und die Nulllinie durch K_1 .

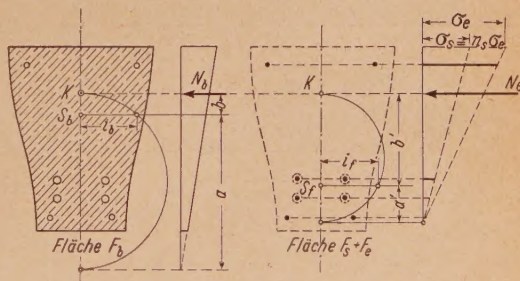


Bild 2.

Wird der in Bild 2 dargestellte Betonquerschnitt F_b im beliebigen Punkt K seiner Mittelachse mit einer Kraft N_b belastet, so verläuft die Resultierende aller Betonspannungen durch K und die Nulllinie folgt aus

$$a \cdot b = i_b^2 \quad (1)$$

Ebenso geht bei dem aus F_s und F_e bestehenden im Punkt K mit einer Kraft N_e belasteten Stahlquerschnitt die Resultierende der Stahlspannungen durch K und für die Nulllinie gilt

$$a' \cdot b' = i_f^2 \quad (2)$$

wobei wegen Ebenbleibens des Querschnitts für jede waagerechte

Faser die Beziehung $\sigma_s = \frac{E_s}{E_e} \sigma_e = n_s \sigma_e$ besteht.

Wir tragen in Bild 1 in S_b , S_f die Strecken i_b , i_f im Zeichnungsmaßstab auf und legen durch die Endpunkte von i_b und i_f einen Halbkreis, der auf der Mittelachse die Punkte K_1 und K_2 ausschneidet. Steht in K_1 eine Kraft N , so können wir sie uns in zwei auf den Beton- und Stahlquerschnitt entfallende Komponenten $N_b = \Sigma \sigma_b$

und $N_e = \Sigma \sigma_s + \Sigma \sigma_e$ zerlegt denken, und wegen der Halbkreis-konstruktion muß für beide Teilkräfte die Nulllinie durch K_2 gehen. Da sich eine ähnliche Betrachtung auch für Stellung von N im Punkt K_2 anstellen läßt, kommen wir zum Ergebnis, daß die Punkte K_1, K_2 in Bild 1 die in unserer Definition für die Kriechpunkte vorgeschriebenen Bedingungen erfüllen, sie sind also die gesuchten Kriechpunkte.

Nach dem Vorgang von Busemann ersetzen wir nun das auf den Querschnitt wirkende Biegemoment M durch ein in K_1 und K_2 angreifendes aus den Kräften $N = M/c$ bestehendes Kräftepaar (Bild 1), und bestimmen die von letzterem in den Kriechpunkten verursachten Spannungen.

Kriechpunkt K_1 : Die Spannungen in K_1 rühren nur von der in diesem Punkt stehenden Last N her, weil ja die Nulllinie für die in K_2 stehende Last durch K_1 geht. Wir zerlegen die in K_1 stehende Last N in ihre schon vorhin erwähnten Anteile N_b und N_e , die auf die Beton- und die Stahlfläche entfallen. N_b erzeugt in K_1 die Spannung

$$\sigma_{1b} = \frac{N_b}{F_b} + \frac{N_b b^2}{J_b} = \frac{N_b}{F_b} + \frac{N_b b^2}{i_b^2 F_b}$$

Nun ist $i_b^2 = a \cdot b$ und $\frac{b^2}{i_b^2} = \frac{b}{a}$, mithin $\sigma_{1b} = \frac{N_b}{F_b} \left(1 + \frac{b}{a}\right) = \frac{N_b}{F_b} \times \frac{(a+b)}{a} = \frac{N_b c}{a F_b}$. $N_e = N - N_b$ erzeugt in K_1 die Stahlspannung

$$\sigma_{1e} = \frac{N_e}{F_f} + \frac{N_e b'^2}{J_f} = \frac{N_e}{F_f} + \frac{N_e b'^2}{i_f^2 F_f}$$

Mit $i_f^2 = a' b'$ erhält man $\sigma_{1e} = \frac{(N - N_b) c}{a' F_f}$. Aus $\sigma_{1e} = n \sigma_{1b}$

$$\text{bzw. } \frac{(N - N_b) c}{a' F_f} = n \frac{N_b c}{a F_b}$$

folgt nach kurzer Zwischenrechnung $N_b = \frac{N}{1 + n \frac{a' F_f}{a F_b}}$.

Mithin ist

$$\sigma_{1b} = \frac{N_b c}{a F_b} = \frac{N c}{\left(1 + n \frac{a' F_f}{a F_b}\right) a F_b} = \frac{N}{\frac{a F_b}{c} + \frac{n a' F_f}{c}} \quad \text{Mit } F_f = F_e + n_s F_s$$

wird

$$\sigma_{1b} = \frac{N}{\frac{a F_b}{c} + \frac{n a' (F_e + n_s F_s)}{c}} = \frac{N}{\frac{a F_b}{c} + \frac{n a' F_e}{c} + \frac{n a' n_s F_s}{c}}$$

Nun ist $n_s = \frac{E_e}{E_b} \cdot \frac{E_s}{E_e} = n_s b$, also

$$\sigma_{1b} = \frac{N}{\frac{a F_b}{c} + n \frac{a' F_e}{c} + n_s b \frac{a' F_s}{c}} \quad (3)$$

$$\sigma_{1e} = n \sigma_{1b} \quad (4)$$

$$\sigma_{1s} = n_s \sigma_{1e} = n_s n \sigma_{1b} = n_s b \sigma_{1b} \quad (5)$$

Kriechpunkt K_2 : Eine ähnliche Ableitung liefert

$$\sigma_{2b} = \frac{N}{\frac{b F_b}{c} + n \frac{b' F_e}{c} + n_s b \frac{b' F_s}{c}} \quad (6)$$

$$\sigma_{2e} = n \sigma_{2b} \quad (7)$$

$$\sigma_{2s} = n_s b \sigma_{2b} \quad (8)$$

Kennt man die Spannungen in zwei Punkten des Querschnitts, so ist damit auch die ganze Spannungsverteilung in ihm bekannt. Man hat nur die aus den Glgn. (3) bis (8) errechneten Spannungen wie in Bild 1 in den Kriechpunkten aufzutragen und geradlinig zu verbinden, um die Spannungsverteilung zu Beginn des Kriechens (im Zeitpunkt $t = 0$) zu erhalten.

Eine nähere Betrachtung der Glgn. (3) bis (8) läßt erkennen, daß man die Spannungen auch auf folgendem Wege erhalten kann: Man ersetzt den Balkenquerschnitt durch zwei in K_1 und K_2 angeordnete Stahlbetonsäulenquerschnitte, die man erhält, wenn die in S_b und S_f konzentriert gedachten Flächen F_b, F_e, F_s nach dem Hebelgesetz auf die Kriechpunkte aufgeteilt werden. Diese Ersatzquerschnitte bestehen somit

$$\text{in } K_1 \text{ aus der } \begin{cases} \text{Betonfläche } \frac{F_b a}{c} \\ \text{Stahlfläche } \frac{F_e a'}{c} \\ \text{Stahlfläche } \frac{F_s a'}{c} \end{cases} \text{ und in } K_2 \text{ aus der } \begin{cases} \text{Betonfläche } \frac{F_b b}{c} \\ \text{Stahlfläche } \frac{F_e b'}{c} \\ \text{Stahlfläche } \frac{F_s b'}{c} \end{cases}$$

Berechnet man in den mit den Kräften N mittig belasteten Ersatzquerschnitten in üblicher Weise die Spannungen, so erhält man dieselben Ausdrücke wie in den Glgn. (3) bis (8); damit ist die Berechnung des Balkenquerschnitts auf die einfachere Berechnung zweier Säulenquerschnitte zurückgeführt.

Bei einer mittig belasteten Stahlbetonsäule wirkt sich das Kriechen wie eine Vergrößerung der Zahl n aus. Weil nun n beim Aufsuchen der Kriechpunkte mit der Halbkreis-konstruktion keine Rolle spielt, ändern diese Punkte während des Kriechens nicht ihre Lage und die Glgn. (3) bis (8) behalten ihre Gültigkeit. Mit zunehmendem n ändern sich nur die Lastanteile N_b und N_e . Um deren Größe und damit die Spannungen in K_1, K_2 nach dem Kriechen (Zeitpunkt t) zu bekommen, braucht man daher nur die Spannungen in den mit den Kräften $N = M/c$ dauernd belasteten Ersatzquerschnitten an den Kriechenden zu berechnen, was mit nachstehenden Formeln von Sattler⁵⁾ geschehen kann.

Wird der Säulenquerschnitt Bild 3 mit der Kraft N mittig belastet, so zerlegt sich diese in drei auf F_b, F_e und F_s entfallende Anteile N_{b0}, N_{e0}, N_{s0} , es ist daher $N = N_{b0} + N_{e0} + N_{s0}$.

Mit $n = E_e/E_b, n_s = E_s/E_e$ und $F_w = \frac{F_b}{n} + F_e + n_s F_s$ erhält man

$$N_{b0} = N \frac{F_b}{n F_w}, N_{e0} = N \frac{F_e}{F_w}, N_{s0} = N \frac{F_s n_s}{F_w} \quad (9)$$

Nun berechnet man die Hilfswerte $F_f = F_e + n_s F_s, \beta = F_e/F_f$ und $\gamma = F_f/F_w$.

Mit der Kriechzahl φ ist dann nach dem Kriechen

$$\left. \begin{aligned} \text{der Lastabfall im Beton} \dots N_{bt} &= \frac{N F_b}{n F_w} (1 - e^{-\gamma \varphi}) \\ \text{der Lastanstieg in } F_e \dots N_{et} &= \beta N_{bt} \\ \text{der Lastanstieg in } F_s \dots N_{st} &= N_{bt} - N_{et} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Damit ergeben sich im Zeitpunkt t_n die Lastanteile $N_b = N_{b0} - N_{bt} + N_{et} + N_{st}$, $N_e = N_{e0} + N_{et}$, $N_s = N_{s0} + N_{st}$, und die Spannungen sind

$$\sigma_b^{t_n} = \frac{N_b}{F_b}, \sigma_e^{t_n} = \frac{N_e}{F_e} \quad \text{und} \quad \sigma_s^{t_n} = \frac{N_s}{F_s} \quad (11)$$

Trägt man diese Werte in K_1, K_2 auf und verbindet geradlinig (wie wir es für $t = 0$ machten), so erhält man die Spannungen im Balkenquerschnitt nach dem Kriechen.

Für den mit $F_s = 6 \text{ cm}^2, F_e = 4 \text{ cm}^2$ bewehrten durch ein in der lotrechten Mittelachse wirkendes Dauermoment $M = 10000 \text{ kgcm}$ beanspruchten Querschnitt in Bild 4 wurde die Rechnung mit

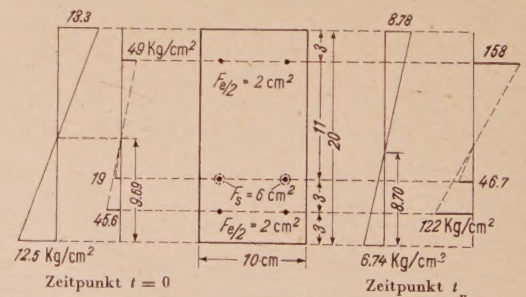


Bild 4. Spannungen eines mit dem Dauermoment 10000 kgcm beanspruchten Stahlbetonquerschnitts mit zusätzlicher schlaffer Bewehrung vor und nach dem Kriechen. Kriechzahl $\varphi = 3$.

$E_b = 400 \text{ t/cm}^2, E_e = 2100, E_s = 1600 \text{ t/cm}^2$ und $\varphi = 3$ durchgeführt ist, ist demnach $n_e = E_e/E_b = 5,25, n_s = E_s/E_e = 0,763$ und $n_s b = E_s/E_b = 4,00$. Links und rechts vom Querschnitt sind die für die Zustände vor und nach dem Kriechen errechneten Spannungen eingetragen. Das Kriechen hat die Betonspannungen verkleinert, die

⁵⁾ Anm. ³⁾ Seite 33.

^{a)} Kammüller, Tabellen und Tafeln zur Theorie des Stahlbetons. Karlsruhe 1952, Verlag C. F. Müller.

$$\sqrt{\frac{6371,67}{190}} = 5,791 \text{ cm und } i_0 = \sqrt{\frac{234,4}{10}} = 4,842 \text{ cm.}$$

Die Halbkreis konstruktion in Bild 6 liefert die Kriechpunkte K_1 und K_2 .

Die Ersatzquerschnitte sind

$$\begin{aligned} \text{in } K_1 \left\{ \begin{aligned} F_{b1} &= 190 \frac{5,103}{11,674} = 83,05 \text{ cm}^2 \\ F'_{e1} &= 10 \frac{2,577}{11,674} = 2,21 \text{ cm}^2 \end{aligned} \right. \\ \text{in } K_2 \left\{ \begin{aligned} F_{b2} &= 190 \frac{6,571}{11,674} = 106,95 \text{ cm}^2 \\ F'_{e2} &= 10 \frac{9,097}{11,674} = 7,79 \text{ cm}^2 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Das Ersatzkräftepaar besteht aus den Kräften $N = M/c = 10\,000/11,674 = 857 \text{ kg}$.

Zeitpunkt $t = 0$:

$$\begin{aligned} \text{In } K_1 \text{ ist } \sigma_{b1} &= \frac{857}{83,05 + 8 \cdot 2,21} = 8,51 \text{ kg/cm}^2, \\ \sigma_{e1} &= 8 \cdot 8,51 = 68,08 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{in } K_2 \text{ ist } \sigma_{b2} &= \frac{857}{106,95 + 8 \cdot 7,79} = 5,06 \text{ kg/cm}^2, \\ \sigma_{e2} &= 8 \cdot 5,06 = 40,48 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

Zeitpunkt t_n :

Mit den Hilfswerten

$$\mu_1 = \frac{2,21}{83,05} = 0,02661, \alpha_1 = \frac{0,21288}{1,21288} = 0,1755, \\ e^{-\alpha_1 \varphi} = e^{-0,1755 \cdot 3} = 0,5907$$

$$\mu_2 = \frac{7,79}{106,95} = 0,0728, \alpha_2 = 0,368, e^{-\alpha_2 \varphi} = 0,331$$

sind die Spannungen in den Ersatzquerschnitten

$$\begin{aligned} \text{in } K_1 \left\{ \begin{aligned} \sigma_{b1}^{t_n} &= 8,51 \cdot 0,5907 = 5,027 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{e1}^{t_n} &= 68,08 \frac{1 + 0,21288 - 0,5907}{0,21288} = 199 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right. \\ \text{in } K_2 \left\{ \begin{aligned} \sigma_{b2}^{t_n} &= 5,06 \cdot 0,331 = 1,675 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{e2}^{t_n} &= 40,48 \frac{1 + 0,5824 - 0,331}{0,5824} = 87 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Die für $t = 0$ sowie t_n in den Ersatzquerschnitten berechneten Spannungen werden in Bild 6 in K_1, K_2 aufgetragen und ergeben durch geradlinige Verlängerung die Spannungsbilder des Balkenquerschnitts vor und nach dem Kriechen. Das Kriechen hat die Betonspannungen vermindert, die Stahlspannungen erhöht und die Nulllinie weiter nach unten gerückt.

Anmerkung: Wird ein Querschnitt dauernd durch eine ausmittige Normalkraft N beansprucht (Rahmenquerschnitt), so führt das Verfahren ebenfalls zum Ziel. Man zerlegt N in zwei in den Kriechpunkten wirkende Komponenten und berechnet für den Zeitpunkt t_n die Spannungen der mit diesen Teilkraften belasteten Ersatzquerschnitte.

2. Schwinden mit oder ohne Berücksichtigung des Kriechens.

Sind für einen Querschnitt wie im Bild 5 die Schwindspannungen unter der bereits im Abschnitt I genannten Voraussetzung zu berechnen, so hat man zunächst wie im vorigen Punkt 1) die Kriechpunkte, Ersatzquerschnitte und deren Bewehrungsziffern μ_1, μ_2 zu ermitteln. Dann werden mit nachstehenden Gleichungen von Dischinger⁶⁾ die Schwindspannungen in den Ersatzquerschnitten berechnet.

A. Ohne Kriechen.

$$\text{In } K_1 \left\{ \begin{aligned} \sigma_{e1} &= \frac{\omega T E_e}{1 + n \mu_1} (\text{Druck}) \\ \sigma_{b1} &= \sigma_{e1} \mu_1 (\text{Zug}) \end{aligned} \right. \quad \text{in } K_2 \left\{ \begin{aligned} \sigma_{e2} &= \frac{\omega T E_e}{1 + n \mu_2} (\text{Druck}) \\ \sigma_{b2} &= \sigma_{e2} \mu_2 (\text{Zug}) \end{aligned} \right. \quad (15)$$

B. Mit Kriechen.

$$\begin{aligned} \left. \begin{aligned} \sigma_{b1}^{t_n} &= \frac{\omega T E_b}{\varphi} (1 - e^{-\alpha_1 \varphi}), \text{ wobei } \alpha_1 = \\ &= \frac{n \mu_1}{1 + n \mu_1} \text{ und } n = E_e/E_b \text{ ist} \\ \sigma_{e1}^{t_n} &= \frac{\sigma_{b1}^{t_n}}{\mu_1} \end{aligned} \right\} \quad \text{in } K_1 \\ \left. \begin{aligned} \sigma_{b2}^{t_n} &= \frac{\omega T E_b}{\varphi} (1 - e^{-\alpha_2 \varphi}), \text{ wobei } \alpha_2 = \frac{n \mu_2}{1 + n \mu_2} \\ \sigma_{e2}^{t_n} &= \frac{\sigma_{b2}^{t_n}}{\mu_2} \end{aligned} \right\} \quad \text{in } K_2 \end{aligned} \quad (16)$$

Bei Beton B 300, B 450 oder B 600 können die $\sigma_{b1}^{t_n}$ und $\sigma_{e1}^{t_n}$ unmittelbar den schon erwähnten Tafeln von Busemann⁷⁾ oder Kammler⁸⁾ entnommen werden. Trägt man die für die Ersatzquerschnitte erhaltenen Spannungen in K_1, K_2 auf und verbindet geradlinig, so erhält man die Spannungsverteilungen im Querschnitt ohne und mit Berücksichtigung des Kriechens.

Beispiel.

Schwindspannungen für den Querschnitt in Bild 7 für $\omega T = 0,00035$; $\varphi = 3$, $E_b = 262,5 \text{ t/cm}^2$, $E_e = 2100 \text{ t/cm}^2$, also $n = 8$ zu berechnen.

Weil es sich um den gleichen Querschnitt wie im Bild 6 handelt, können die Kriechpunkte, Ersatzquerschnitte und Bewehrungsziffern direkt von früher übernommen werden.

A. Ohne Kriechen:

$$\begin{aligned} \text{In } K_1 \left\{ \begin{aligned} \sigma_{e1} &= \frac{0,00035 \cdot 2100000}{1 + 8 \cdot 0,02661} = 605,93 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{b1} &= 605,93 \cdot 0,02661 = 16,13 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{in } K_2 \left\{ \begin{aligned} \sigma_{e2} &= \frac{0,00035 \cdot 2100000}{1 + 8 \cdot 0,0728} = 464,5 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{b2} &= 464,5 \cdot 0,0728 = 33,82 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

B. Mit Kriechen:

$$\begin{aligned} \text{in } K_1 \left\{ \begin{aligned} \sigma_{b1}^{t_n} &= \frac{0,00035}{3} 262500 (1 - 0,5907) = 12,53 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{e1}^{t_n} &= \frac{12,53}{0,02661} = 471 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{in } K_2 \left\{ \begin{aligned} \sigma_{b2}^{t_n} &= \frac{0,00035}{3} 262500 (1 - 0,331) = 20,49 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{e2}^{t_n} &= \frac{20,49}{0,0728} = 281 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

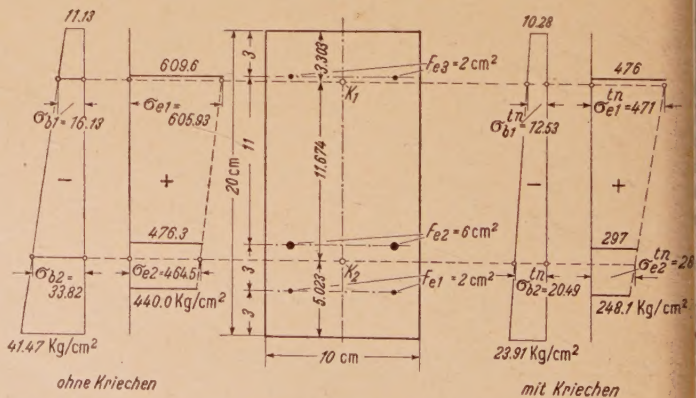


Bild 7. Schwindspannungen ohne und mit Kriecheinfluß bei einem Querschnitt mit 3 Stahlreihen.

Aus den Spannungsbildern in Bild 7 ist zu ersehen, daß durch das Kriechen die Schwindspannungen im Beton und Stahl bedeutend verkleinert werden. Eine Kontrollrechnung der Spannungen ohne Kriechen nach einem anderen Verfahren ergab dieselben Werte wie das Kriechpunktverfahren.

Der Einfluß des Kriechens auf die Vorspannung.

Nach dem Kriechpunktverfahren erhält man die Spannungen der einzelnen Bewehrungsreihen durch geradlinige Verbindung der in den Kriechpunkten erhaltenen Spannungen. Das Verfahren ist daher dann anwendbar, wenn sich die Stahlspannungen bei Vorspannung mit Verbund oder mit nachträglichem Verbund wie in den Fällen a, b oder c des Bildes 8 linear über die Querschnittshöhe

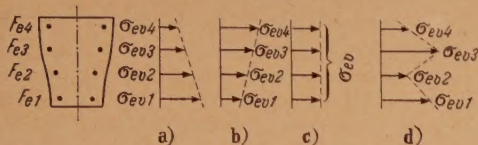


Bild 8.

teilen. Ist bei Vorspannung mit Verbund vor dem Lösen der Spannvorrichtung eine lineare Verteilung der Vorspannungen vorhanden, so ist das auch nach dem Entspannen der Fall. Im Fall d des Bildes 8 ist mithin das Kriechpunktverfahren zumindest in der gegebenen Form wegen der nichtlinearen Spannungsverteilung nicht anwendbar. Bei Querschnitten mit nur zwei Stahlreihen führt doch immer zum Ziel, weil auch bei verschiedenen hohen Vorspannungen beider Reihen die Spannungsverteilung stets eine Ellipse ist.

Vorspannung mit Verbund (Spannungsverteilung a, b, c in Bild 8).

den Stahlreihen des in Bild 9 ersichtlichen Querschnitts

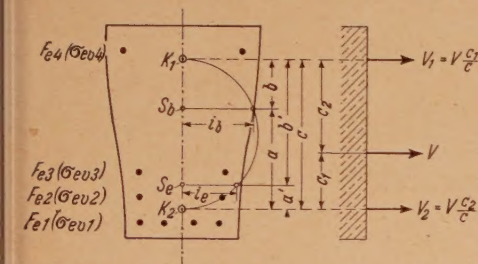


Bild 9.

vor dem Lösen der Spannvorrichtung die Vorspannungen bis σ_{ev4} . Es sind die Spannungen vor und nach dem Kriechen zu berechnen.

Zeitpunkt $t = 0$:

Kriechpunkte, Ersatzquerschnitte und deren Bewehrungsziffern nach den Angaben in Pkt. 1 zu ermitteln. Die Ersatzquerschnitte sind daher

$$\begin{cases} F_{b1} = F_b \frac{a}{c} \\ F_{e'1} = F_e \frac{a'}{c} \end{cases} \quad \text{in } K_1 \quad \begin{cases} F_{b2} = F_b \frac{b}{c} \\ F_{e'2} = F_e \frac{b'}{c} \end{cases} \quad \text{in } K_2$$

Bestimmen die Resultierende aller Vorspannkraft $V = F_{e1} \sigma_{ev1} + F_{e2} \sigma_{ev2} + \dots = \sum F_e \sigma_{ev}$ und ihre Abstände c_1, c_2 von den Kriechpunkten. V zerlegen wir in zwei in K_1 und K_2 angreifende Kräfte $V_1 = V c_1 / c, V_2 = V c_2 / c$, die als gedachte Vorspannkraft auf die Stahlflächen der Ersatzquerschnitte wirken und in den Vorspannungen

$$\sigma_{e1}^{(1)} = \frac{V_1}{F_{e1}} \quad \text{und} \quad \sigma_{e2}^{(2)} = \frac{V_2}{F_{e2}}$$

Nach dem Lösen der gedachten Spannvorrichtungen entstehen in den Ersatzquerschnitten nach den bekannten Formeln für den Spannbetonsäulenquerschnitt die Spannungen

$$\begin{cases} \sigma_{e1} = \frac{\sigma_{e1}^{(1)}}{n \mu_1 + 1} \\ \sigma_{b1} = \sigma_{e1} \mu_1 \end{cases} \quad \text{in } K_1 \quad \begin{cases} \sigma_{e2} = \frac{\sigma_{e2}^{(2)}}{n \mu_2 + 1} \\ \sigma_{b2} = \sigma_{e2} \mu_2 \end{cases} \quad \text{in } K_2 \quad (17)$$

werden diese Spannungen in K_1, K_2 aufgetragen und geradlinig verbunden, so erhält man das Spannungsbild für $t = 0$.

Zeitpunkt t_n :

Zu den obigen Spannungen für $t = 0$ ausgehend hat man die Spannungen

in den Ersatzquerschnitten nach dem Kriechen aus den Gleichungen zu ermitteln

$$\text{in } K_1 \quad \begin{cases} \sigma_{e1}^{tn} = \sigma_{e1} e^{-\alpha_1 \varphi} \\ \sigma_{b1}^{tn} = \sigma_{b1} e^{-\alpha_1 \varphi} \end{cases} \quad \text{in } K_2 \quad \begin{cases} \sigma_{e2}^{tn} = \sigma_{e2} e^{-\alpha_2 \varphi} \\ \sigma_{b2}^{tn} = \sigma_{b2} e^{-\alpha_2 \varphi} \end{cases} \quad (18)$$

$$\text{Darin ist } n = E_e / E_b, \alpha_1 = \frac{n \mu_1}{1 + n \mu_1} \quad \text{und} \quad \alpha_2 = \frac{n \mu_2}{1 + n \mu_2}$$

Für Beton B 300, B 450 oder B 600 und $\varphi = 1$ bis 4 können die Werte $e^{-\alpha \varphi}$ den Tafeln von Busemann⁷⁾ oder Kammüller⁸⁾ entnommen werden. Trägt man die $\sigma_{e1}^{tn}, \sigma_{e2}^{tn}$ in K_1, K_2 auf und verbindet geradlinig, so ergibt sich das Spannungsbild für t_n .

Beispiel.

In den Stahlreihen des Querschnitts Bild 10 wirken die sich linear über die Querschnittshöhe verteilenden Vorspannungen $\sigma_{ev1} = 4941, \sigma_{ev2} = 4656, \sigma_{ev3} = 3609 \text{ kg/cm}^2$, die Rechnung ist für $n = 8$ und $\varphi = 3$ durchzuführen. Die Kriechpunkte und Ersatzquerschnitte sind dieselben wie beim Querschnitt in Bild 6 und wir entnehmen der Berechnung in Pkt. 1 die Werte

$$K_1 \quad \begin{cases} F_{b1} = 83,05 \text{ cm}^2, F_{e'1} = 2,21 \text{ cm}^2 \\ \mu_1 = 0,02661, \alpha_1 = 0,1755 \\ e^{-\alpha_1 \varphi} = 0,5907 \end{cases}$$

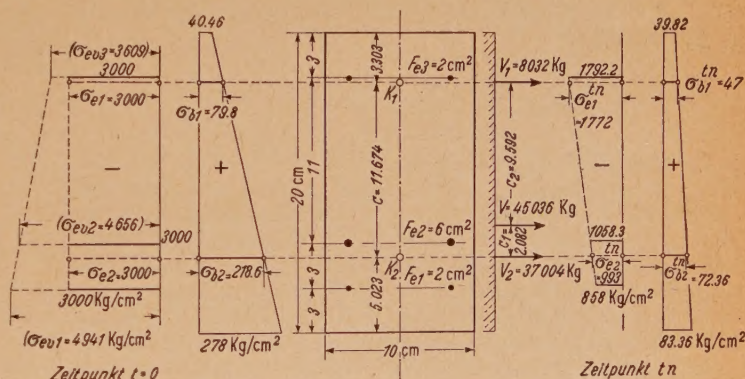


Bild 10. Spannungsabfall durch das Kriechen bei Vorspannung mit Verbund.

$$K_2 \quad \begin{cases} F_{b2} = 106,95 \text{ cm}^2, F_{e'2} = 7,79 \text{ cm}^2 \\ \mu_2 = 0,0728, \alpha_2 = 0,368 \\ e^{-\alpha_2 \varphi} = 0,331 \end{cases}$$

Die resultierende Vorspannkraft $V = 2(4941 + 3609) + 6 \cdot 4656 = 45036 \text{ kg}$ zerlegen wir in $V_1 = \frac{45036 \cdot 2,082}{11,674} = 8032 \text{ kg}, V_2 = V - V_1 = 37004 \text{ kg}$ und erhalten

$$\sigma_{ev}^{(1)} = \frac{8032}{2,21} = 3634 \text{ kg/cm}^2, \quad \sigma_{ev}^{(2)} = \frac{37004}{7,79} = 4750 \text{ kg/cm}^2$$

Damit ergeben sich in den Ersatzquerschnitten die Spannungen:

Zeitpunkt $t = 0$:

$$\text{in } K_1 \quad \begin{cases} \sigma_{e1} = \frac{3634}{8 \cdot 0,0266 + 1} = 3000 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{b1} = 3000 \cdot 0,02661 = 79,8 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\text{in } K_2 \quad \begin{cases} \sigma_{e2} = \frac{4750}{8 \cdot 0,0728 + 1} = 3000 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{b2} = 3000 \cdot 0,0728 = 218,6 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

Eine Nachprüfung der Spannungen auf einem anderen Weg (mit 3 Elastizitätsgleichungen) hat dieselben Werte geliefert.

Zeitpunkt t_n :

$$\text{in } K_1 \quad \begin{cases} \sigma_{e1}^{tn} = 3000 \cdot 0,5907 = 1772 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{b1}^{tn} = 79,8 \cdot 0,5907 = 47 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\text{in } K_2 \quad \begin{cases} \sigma_{e2}^{tn} = 3000 \cdot 0,331 = 993 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_{b2}^{tn} = 218,6 \cdot 0,331 = 72,36 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

Die geradlinige Verlängerung der in den Kriechpunkten aufgetragenen Spannungen ergibt die in Bild 10 ersichtlichen Spannungsbilder vor und nach dem Kriechen.

B. Vorspannung mit nachträglichem Verbund.

In den Stahlflächen des in Bild 11 dargestellten Querschnitts wirken im Zeitpunkt $t = 0$ (vor dem Auspressen der Schutzröhrchen) die Vorspannungen $\sigma_{ev1}, \sigma_{ev2}, \dots$, die entweder alle gleich groß oder über die Querschnittshöhe linear veränderlich sein müssen, wenn das gezeigte Verfahren angewendet werden soll.

Zeitpunkt $t = 0$:

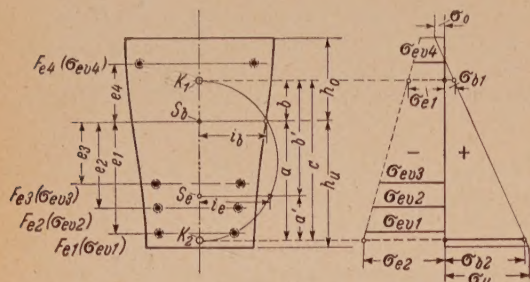


Bild 11.

Die Vorspannkraften $Z_1 = F_{a1} \sigma_{ev1}, Z_2 = F_{a2} \sigma_{ev2} \dots$ wirken als Druckkräfte auf die Betonfläche F_b und ergeben eine resultierende Druckkraft $D = \sum Z$ und ein Biegemoment $M = \sum Z e_i + \sum Z_2 e_2 + \dots = \sum Z \cdot e$ in bezug auf die durch S_b gehende waagerechte Schwerachse von F_b . Dann ist

$$\sigma_o = \frac{D}{F_b} - \frac{M}{J_b} h_o \quad \text{und} \quad \sigma_u = \frac{D}{F_b} + \frac{M}{J_b} h_u \quad (19)$$

Zeitpunkt t_n :

Die Kriechpunkte und Ersatzquerschnitte werden in der üblichen Weise bestimmt (Punkt 1). Wenn wir die Spannungen nach dem Kriechen berechnen wollen, müssen wir daran denken, daß zu jedem Fall der „Vorspannung mit nachträglichem Verbund“ ein ihm entsprechender Fall „Vorspannung mit Verbund“ gehört, dessen ideelle Vorspannkraft sich berechnen lassen. Es ist jedoch nicht notwendig den Umweg über den ideellen Fall der Vorspannung mit Verbund zu gehen, weil ja dessen Spannungsbild nach dem Lösen der Spannvorrichtung mit unserem gegebenen Fall der Vorspannung mit nachträglichem Verbund übereinstimmt. Wir haben daher dem Spannungsbild für $t = 0$ in Bild 11 die in K_1, K_2 auftretenden Spannungen $\sigma_{b1}, \sigma_{e1}, \sigma_{b2}, \sigma_{e2}$ zu entnehmen und von diesen ausgehend die Spannungsberechnung für t_n folgendermaßen vorzunehmen.

In den Ersatzquerschnitten wirken die Kräfte

$$\text{in } K_1 \begin{cases} F_{b1} \sigma_{b1} \text{ (Druck)} \\ F'_{e1} \sigma_{e1} \text{ (Zug)} \end{cases} \quad \text{in } K_2 \begin{cases} F_{b2} \sigma_{b2} \text{ (Druck)} \\ F'_{e2} \sigma_{e2} \text{ (Zug)} \end{cases}$$

Weil die Vorspannungen in den Ersatzquerschnitten Eigenspannungssysteme vorstellen, muß automatisch gelten $F_{b1} \sigma_{b1} = F'_{e1} \sigma_{e1}$, $F_{b2} \sigma_{b2} = F'_{e2} \sigma_{e2}$, womit sich eine Bestätigung für die richtige Bestimmung der Kriechpunkte und Ersatzquerschnitte ergibt.

Mit $\mu_1 = \frac{F'_{e1}}{F_{b1}}, \alpha_1 = \frac{n \mu_1}{1 + n \mu_1}, \mu_2 = \frac{F'_{e2}}{F_{b2}}, \alpha_2 = \frac{n \mu_2}{1 + n \mu_2}$ erhält man

$$\text{in } K_1 \begin{cases} \sigma_{b1}^{t_n} = \sigma_{b1} e^{-\alpha_1 \varphi} \\ \sigma_{e1}^{t_n} = \sigma_{e1} e^{-\alpha_1 \varphi} \end{cases} \quad \text{in } K_2 \begin{cases} \sigma_{b2}^{t_n} = \sigma_{b2} e^{-\alpha_2 \varphi} \\ \sigma_{e2}^{t_n} = \sigma_{e2} e^{-\alpha_2 \varphi} \end{cases} \quad (20)$$

Die Spannungen sind in K_1, K_2 aufzutragen und geradlinig zu verbinden, wodurch sich das Spannungsbild nach dem Kriechen ergibt.

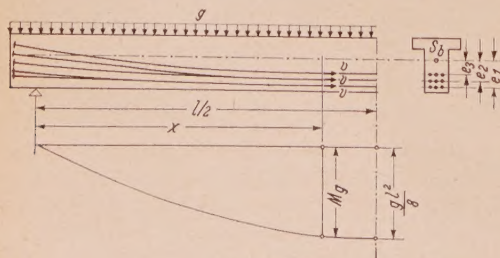


Bild 12.

4. Der Lastfall „Eigengewicht“ bei Vorspannung mit nachträglichem Verbund (Vorschlag für eine Näherungsrechnung).

Weil sich der Träger in Bild 12 beim Spannen wegen der negativen

Vorspannmomente von seiner Unterlage abhebt, ist nach der Spannen sein Eigengewicht voll wirksam und an der Stelle x wirkt auf den Betonquerschnitt F_b das Moment $M = M_g - \sum V \cdot e$ und die Normalkraft $\sum V$. Diese übliche Rechnung ist eine Näherung, weil sie die Änderung der Vorspannkraft V durch das Eigengewicht vernachlässigt. Streng genommen hätte man die Stahlzugkräfte infolge Eigengewicht aus einem Gleichungssystem zu berechnen, das so viele Elastizitätsgleichungen aufweist als Stahlreihen vorhanden sind, was aber bei vielen Strängen sehr umständlich wird.

Für die Kriechberechnung empfiehlt es sich den Fall „Eigengewicht“ von der Vorspannung zu trennen und jeden Fall für sich zu behandeln. Der Fall „Vorspannung“ wurde bereits in Pkt. erledigt, so daß nur noch die Eigengewichtswirkung allein zu untersuchen verbleibt.

Wir gehen bei unserer Näherungsrechnung von der obigen Annahme aus, daß sich die Vorspannkraft beim Spannen durch die Trägereigenschaft nicht ändern, daß also das ganze Eigengewichtsmoment M_g im Zeitpunkt $t = 0$ vom Betonquerschnitt F_b allein aufgenommen werden soll und die Spannglieder von der Vorspannung abgesehen spannungslos sind. Da der Querschnitt nach dem Auspressen der Schutzröhrchen für die Kriechverformung als Verbundquerschnitt wirkt, tritt am Ende des Kriechens (Zeitpunkt t_n) eine Verlagerung der Spannungen vom Beton auf den Stahl ein, so daß die Spannglieder aus dem Lastfall Eigengewicht eine Spannungserhöhung erfahren werden. Die umgelagerten Spannungen können mit dem Kriechpunktverfahren berechnet werden. Wir zeigen die

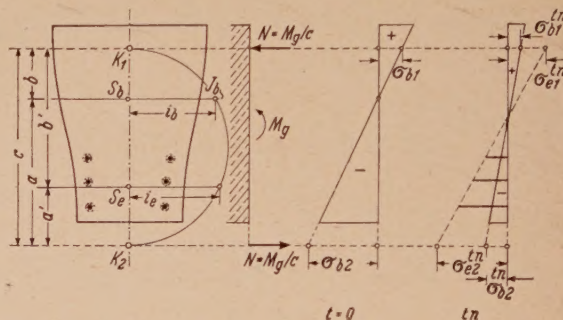


Bild 13. Spannungen infolge Eigengewicht für $t = 0$ (in F_b) und t_n (im Verbundquerschnitt).

Vorgang am Querschnitt Bild 13 mit den Kriechpunkten K_1, K_2 und den Ersatzquerschnitten

$$\text{in } K_1 \begin{cases} F_{b1} = F_b \frac{a}{c} \\ F'_{e1} = F_e \frac{a'}{c}, \mu_1 = \frac{F'_{e1}}{F_{b1}} \end{cases} \quad \text{in } K_2 \begin{cases} F_{b2} = F_b \frac{b}{c} \\ F'_{e2} = F_e \frac{b'}{c}, \mu_2 = \frac{F'_{e2}}{F_{b2}} \end{cases}$$

Das den Querschnitt beanspruchende Eigengewichtsmoment M wird durch das in K_1, K_2 angreifende Kräftepaar $N = M_g/c$ ersetzt

Zeitpunkt $t = 0$:

Da M_g voraussetzungsgemäß vor der Herstellung des Verbunds von F_b allein aufgenommen werden soll, verursachen die Kräfte N in den Ersatzquerschnitten die Spannungen

$$\text{in } K_1 \begin{cases} \sigma_{b1} = \frac{N}{F_{b1}} = \frac{M_g}{J_b} b \\ \sigma_{e1} = 0 \end{cases} \quad \text{in } K_2 \begin{cases} \sigma_{b2} = \frac{N}{F_{b2}} = \frac{M_g}{J_b} a \\ \sigma_{e2} = 0 \end{cases} \quad (21)$$

Zeitpunkt t_n :

Da die Kräfte N als Dauerlasten auf den nach dem Auspressen vorhandenen Verbundquerschnitt wirken, sind die von ihnen in den Ersatzquerschnitten verursachten umgelagerten Spannungen zu ermitteln.

Um zu den entsprechenden Gleichungen zu gelangen betrachten wir den Querschnitt einer Stahlbetonsäule, deren Betonfläche F_b zunächst allein mit der mittigen Druckkraft N belastet wird, wobei im Zeitpunkt $t = 0$ die mit dem Beton noch nicht verbundene Stahlfläche F_e spannungslos sein soll. Wird nachher der Verbund zwischen Beton und Stahl hergestellt, so tritt unter der Dauerlast N infolge des Kriechens eine Spannungsverlagerung vom Beton auf den Stahl ein. Wir bestimmen die im Zeitpunkt t auftretende Umlagerung

aus der Bedingung, daß in einem Zeitelement dt die Verformung des Stahls gleich der des Betons sein muß. Hieraus ergibt sich mit $D_b = E_b F_b$, $D_e = E_e F_e$ die Differentialgleichung

$$\frac{(N - N_t) d\varphi_t}{D_b} - \frac{dN_t}{dt} \frac{1}{D_b} = \frac{dN_t}{dt} \frac{1}{D_e},$$

Integration für die Umlagerungskraft die Gleichung $N_t = N e^{-\alpha \varphi}$ liefert, wobei $\alpha = \frac{D_e}{D_b + D_e} = \frac{n \mu}{1 + n \mu}$ ist.

Nach dem Kriechen ist daher im Beton die Kraft $N - N_t = N e^{-\alpha \varphi}$

oder Druckspannung $\sigma_b^{tn} = \frac{N}{F_b} e^{-\alpha \varphi}$, im Stahl die Kraft N_t und

Druckspannung $\sigma_e^{tn} = \frac{N}{F_e} (1 - e^{-\alpha \varphi})$ vorhanden.

Unter den Dauerlasten $N = M_g/c$ entstehen somit in den Ersatzquerschnitten im Zeitpunkt t_n die Spannungen

$$\begin{cases} \sigma_{b1}^{tn} = \frac{N}{F_{b1}} e^{-\alpha_1 \varphi} \\ \sigma_{e1}^{tn} = \frac{N}{F_{e1}} (1 - e^{-\alpha_1 \varphi}) \end{cases} \quad \text{in } K_2 \quad \begin{cases} \sigma_{b2}^{tn} = \frac{N}{F_{b2}} e^{-\alpha_2 \varphi} \\ \sigma_{e2}^{tn} = \frac{N}{F_{e2}} (1 - e^{-\alpha_2 \varphi}) \end{cases} \quad (22)$$

Trägt man diese Werte in Bild 13 in K_1 , K_2 auf und verbindet geradlinig, so erhält man das Spannungsbild des durch das Dauermoment M_g beanspruchten Querschnitts nach dem Kriechen. Zu diesen Spannungen sind dann noch die nach Pkt. 3 zu berechnenden Vorspannkraft V herrührenden Spannungen hinzuzufügen.

Teil wir im Zeitpunkt $t = 0$ das Eigengewichtsmoment M_g nur F_b allein aufnehmen lassen, ergibt das Näherungsverfahren zu kleine Beton- und zu kleine Stahlspannungen. Da es wegen der Rißfreiheit in erster Linie auf die Betonspannungen ankommt und die Abnahme der Stahlspannungen infolge des Trägereigengewichts im Verhältnis zur Vorspannung gering ist, erscheint das Verfahren ausreichend.

Bei Durchlaufträgern mit nicht konkordant verlaufender Traglagiger Spannbewehrung treten infolge der Vorspannung Stützdrücke A_v , B_v usw. auf, die sich aus Elastizitätsgleichungen entnehmen lassen⁹⁾. Im Schnitt x in Nähe der Endstütze eines Durchlaufträgers (Bild 14) wirkt im Zeitpunkt $t = 0$ auf den Betonquer-

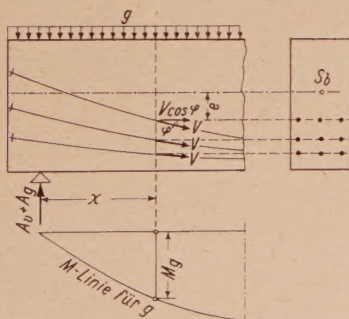


Bild 14.

mitt F_b das Moment $M = A_v x + M_g - \Sigma V \cos \varphi \cdot e$ und die Stützkraft $\Sigma V \cos \varphi$. Um die Spannungen für den Zeitpunkt t_n zu erhalten, hat man zunächst nach Pkt. 3 die von den Vorspannkraft $V \cos \varphi$ allein im Querschnitt erzeugten Spannungen zu berechnen und sodann die vom Vorspannstützdruck A_v und dem Eigengewicht M_g verursachten Spannungen hinzuzufügen. Bei unsicheren Berechnungsgrundlagen hat es wenig Sinn, bei Traglagigen Spannbewehrungen gerade die Kriechberechnung weitgehend zu verfeinern. Es wird daher vorgeschlagen die Vorspannstützdrücke und Eigengewichtsmomente während des Kriechens konstant anzunehmen, so daß der Querschnitt durch das gleichbleibende Dauermoment $M' = A_v x + M_g$ beansprucht wird. Ist bei $t = 0$ von F_b allein, nach dem Auspressen vom Verbund-

querschnitt aufzunehmen, wobei die Spannungsberechnung nach dem Vorgang in Bild 13 zu geschehen hat.

III. Der einfach bewehrte Spannbetonquerschnitt.

Das Verfahren von Busemann kann natürlich auch in diesem einfachsten Sonderfall benutzt werden, wobei sich entsprechende Vereinfachungen ergeben. Der Querschnitt Bild 15 soll in seiner lotrechten Mittelachse durch ein Dauermoment M beansprucht werden. Wegen $i_b = 0$ fällt K_2 mit dem Stahlschwerpunkt zusammen, K_1 wird mit $i_b = \sqrt{J_b/F_b}$ mit der Halbkreisconstruction gefunden. Die Ersatzquerschnitte sind

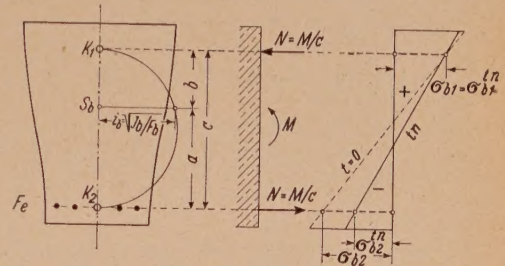


Bild 15. Betonspannungen eines durch ein Dauermoment M beanspruchten einfach bewehrten Querschnitts vor und nach dem Kriechen.

$$\text{in } K_1 \quad \begin{cases} F_{b1} = F_b \frac{a}{c} \\ F_{e1}' = 0, \mu_1 = 0 \end{cases} \quad \text{in } K_2 \quad \begin{cases} F_{b2} = F_b \frac{b}{c} \\ F_{e2}' = F_e, \mu_2 = \frac{F_e}{F_{b2}} \end{cases}$$

Das Ersatzkräftepaar $N = M/c$ verursacht in den Ersatzquerschnitten folgende Spannungen.

Zeitpunkt $t = 0$:

$$\text{In } K_1 \text{ ist } \sigma_{b1} = \frac{N}{F_{b1}} \text{ und } \sigma_{e1} = 0, \text{ in } K_2 \text{ ist } \sigma_{b2} = \frac{N}{F_{b2}} \text{ und } \sigma_{e2} = n \sigma_{b2} \quad (23)$$

Zeitpunkt t_n :

$$\text{In } K_1 \text{ ist wegen } \mu_1 = 0 \text{ auch } \alpha_1 = \frac{n \mu_1}{1 + n \mu_1} = 0 \text{ und daher } e^{-\alpha_1 \varphi} = 1 \text{ und } \sigma_{b1}^{tn} = \sigma_{b1}, \text{ d. h. im Punkt } K_1 \text{ wird die Betonspannung vom Kriechen nicht beeinflusst.}$$

$$\text{In } K_2 \text{ ist } \mu_2 = \frac{n \mu_2}{1 + n \mu_2} \text{ und } \begin{cases} \sigma_{b2}^{tn} = \sigma_{b2} e^{-\alpha_2 \varphi} \\ \sigma_{e2}^{tn} = \sigma_{e2} \frac{1 + n \mu_2 - e^{-\alpha_2 \varphi}}{n \mu_2} \end{cases} \quad (24)$$

Trägt man $\sigma_{b1}^{tn} = \sigma_{b1}$ in K_1 , σ_{b2}^{tn} in K_2 auf und verbindet geradlinig, so ergeben sich die Betonspannungen nach dem Kriechen, die Stahlszugspannung ist σ_{e2}^{tn} . Durch das Kriechen werden die Betonspannungen herabgesetzt, die Stahlspannungen vergrößert und die Nulllinie weiter nach unten gerückt.

Bei Behandlung der Fälle „Vorspannung“ und „Schwinden“ nach dem Kriechpunktverfahren zeigt es sich, daß in beiden Fällen der Nullpunkt der Betonspannungslinie vor und nach dem Kriechen mit dem oberen Kriechpunkt K_1 zusammenfällt. Hier führt das Differentialgleichungsverfahren ebenso rasch zum Ziel, wobei man die entsprechenden Gleichungen etwa Kammüller⁸⁾ oder Zerna¹⁰⁾ entnehmen kann. Bei Zahlenbeispielen haben beide Verfahren für $t = 0$ und t_n genau dieselben Spannungen geliefert.

Unsere Ausführungen haben die weitgehende Anwendungsmöglichkeit des Verfahrens von Busemann hinlänglich bewiesen. Gegenwärtig sind Untersuchungen im Gange, um auch die beiden noch offenen Fragen der Kriechberechnung mehrlagiger Querschnitte mit nicht linearer Vorspannungsverteilung (Fall d in Bild 8) sowie des Falles „Vorspannung“ beim Querschnitt mit zusätzlicher schlaffer Bewehrung mit Hilfe eines etwas abgeänderten Kriechpunktverfahrens zu lösen¹¹⁾.

¹⁰⁾ Zerna, Spannbeton. Düsseldorf 1953, Werner-Verlag GmbH.

¹¹⁾ Über die inzwischen gefundenen Lösungen wird Dipl.-Ing. Zacher demnächst in dieser Zeitschrift berichten.

Die Herstellung statisch unbestimmter Systeme durch nachträgliche Verbindung von Stahlbetonfertigteilen*).

Von Dipl.-Ing. Hermann Rühle, Technische Hochschule Dresden.

Bei der statischen Untersuchung von Tragwerken im Bauwesen begnügt man sich gewöhnlich mit der Berechnung der Schnittkräfte aus ständigen Lasten, Nutzlasten und u. U. aus Temperaturänderungen. Jedoch werden die Tragwerke auch durch den Bauvorgang einer Reihe von oft unterschätzten statischen Einflüssen unterworfen. Montagevorgänge im Stahlbau und das Ausrüsten im monolithischen Stahlbetonbau haben Kräfteumlagerungen zur Folge, die meist vernachlässigt werden. Bei Verwendung von Stahlbetonfertigteilen jedoch, die kontinuierlich verbunden werden, erreichen diese Umlagerungen eine Größenordnung, die eine genaue Betrachtung notwendig macht.

An einem Stockwerkrahmen soll gezeigt werden, in welcher Form sich diese Kräfteumlagerungen bei den drei erwähnten Bauarten bemerkbar machen und welche Bedeutung sie gewinnen können.

A. Stahl.

Der Riegel wird als Ganzes zwischen die durchlaufenden Stiele eingefügt und mit steifen Knoten angeschlossen. Nach der Montage wirken also die Riegel unter ihrem Eigengewicht g auf Grund ihrer Formänderungen wie statisch bestimmt gelagerte Einfeldträger. Erst die weitere Belastung, bestehend aus Eigengewicht und Nutzlast,

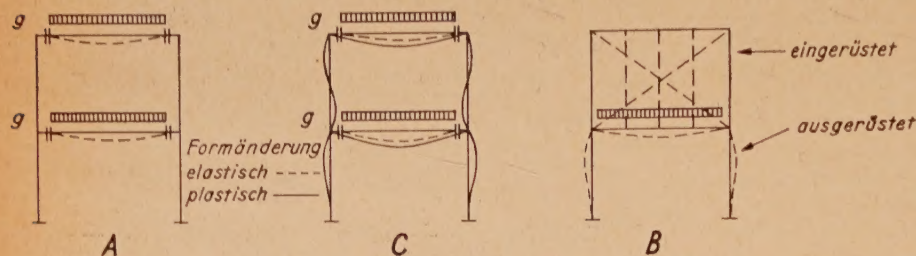


Bild 1.

wirkt auf das nunmehr hergestellte Rahmensystem ein. Da das Eigengewicht der Riegel relativ gering ausfällt, kann grundsätzlich eine Überlagerung der verschiedenen Spannungszustände entfallen. Das System wird für seine gesamte Belastung als Rahmen berechnet.

B. Monolithische Stahlbetonkonstruktionen.

Zerner¹⁾ weist in seiner Arbeit nach, daß infolge verschiedener Ausrüstung andere Momentenbilder gegenüber den errechneten auftreten können. Der Einfluß der Einrüstung ist im allgemeinen größer als der des Schwindens. Zerner schlägt vor, „in die Stahlbetonbestimmungen eine entsprechende Ergänzung aufzunehmen, die entweder über die zu belassende Notstützung oder über das rechnerische Vorgehen nähere Vorschriften enthält“.

C. Stahlbetonfertigteile.

Die Montage kann in gleicher Weise wie bei der Ausführung in Stahl vorgenommen werden. Dagegen ist die Berechnung anderen Voraussetzungen unterworfen. Bei Stahlbetonfertigteilen liegen bedeutend größere Eigengewichtsbelastungen vor, die sogar im Verhältnis zu den anderen Lasten hoch ausfallen können (z. B. bei Dachkonstruktionen). Zudem muß noch im Gegensatz zum Stahlbau das Verhalten der Konstruktion infolge der plastischen Formänderungen wie Kriechen und Schwinden beachtet werden. Die Untersuchung dieses Verhaltens ist das Ziel der vorliegenden Arbeit.

Die Entwicklung des Bauens mit Stahlbetonfertigteilen hat zu einer sehr häufigen Anwendung biegeester Verbindungen zum Zwecke der nachträglichen Herstellung statisch unbestimmter Systeme²⁾ geführt. Zunächst werden die einzelnen Fertigteile meist so verlegt, daß sie vor ihrer Verbindung statisch bestimmt gelagert

sind. Für den Zusammenschluß selbst sind im Laufe der Jahre eine große Anzahl konstruktiver Möglichkeiten entwickelt worden.

In den statischen Berechnungen wird diese schrittweise Entstehung des fertigen Systems insofern berücksichtigt, als nach den Bestimmungen je ein Spannungsnachweis für den Zustand vor und nach der biegeester Verbindung geführt und dann die Überlagerung der Spannungen beachtet werden muß.

Am Durchlaufträger und Rahmen zeigen die Bilder 2 und 3 die bisherigen Rechengänge.

Craemer weist in seinen beiden Aufsätzen³⁾ und⁴⁾ darauf hin, daß die von den Formänderungen abhängigen Überzähligen statisch unbestimmter Tragwerke, die durch Anschluß hergestellt worden sind, ihre wirkliche Größe erst nach Ablauf einer bestimmten Zeit erhalten, da Schwinden und Kriechen eine Umlagerung der Spannungen bewirken.

Craemer geht in diesen beiden Arbeiten von anderen Voraussetzungen aus und verfolgt andere Ziele, er behandelt vor allem die Erweiterung und Ausrüstung monolithischer statisch unbestimmter Stahlbetontragwerke unter besonderer Beachtung bestehender Altersunterschiede. Aber sein sehr wertvoller Hinweis zwingt einfach dazu, die bisherigen Rechenverfahren (vgl. Bilder

und 3) auf ihre Richtigkeit hin zu untersuchen und zum anderen Ergebnisse zusammenzustellen, die für die Zukunft den Rechengang festlegen und u. U. die DIN 422 ergänzen müssen.

2. Der aus Einfeldträgern durch biegeeste Stöße hergestellte Durchlaufträger.

2.1 Einwirkungen des Kriechens in gleichaltrigen aneinandergesetzten Fertigteilen.

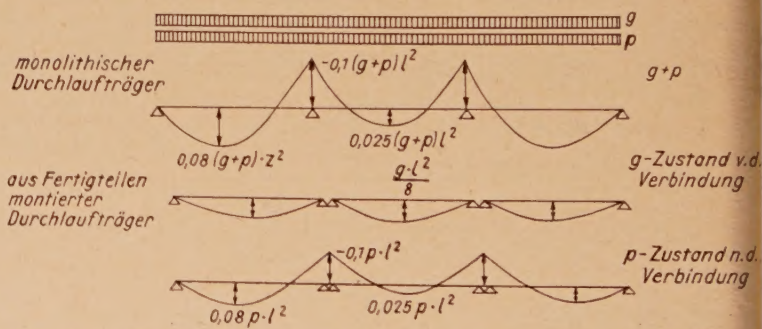


Bild 2.

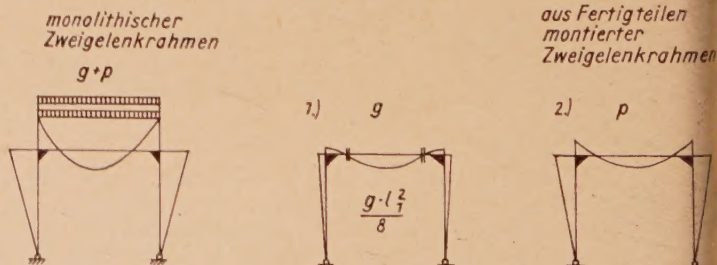


Bild 3.

Bezeichnungen für die Ableitung:

Zustand I

An den Enden der noch nicht zusammenhängenden Fertigteile entstehen infolge Eigengewicht die Drehwinkel ψ_{k0} . Schließt man nun die Fertigteile nach dem Verlegen durch biegeeste Stöße zu

¹⁾ Craemer, Spannungsumlagerungen in Stahlbetontragwerken, die nachträglich verstärkt oder abschnittsweise hergestellt werden. Ing. Arch. 14 (1943) S. 119.

²⁾ Craemer, Zusammenwirken alter und neuer Tragwerksteile. B. u. St., 48 (1953) Heft 2, S. 41 ff.

* Erste Fassung erschienen in „Bauplanung und Bautechnik“ 8 (1954), Heft 1.

¹⁾ Zerner, Untersuchungen über den Einfluß der Einrüstung auf die Momentenverteilung bei stat. unbest. Systemen. B. u. St., 45 (1950), Heft 5, S. 118 ff.

²⁾ Lewicki, Die fortschreitende Entwicklung der Stahlbetonfertigteile-Bauweise. „Bauplanung und Bautechnik“, 6 (1952), Heft 13.

en, so wird sich durch das Kriechen ein Ausgleich der Momente vollziehen, als wäre die Verbindung von vornherein herstellt gewesen. Mit anderen Worten, es werden Stützenmomente entstehen.

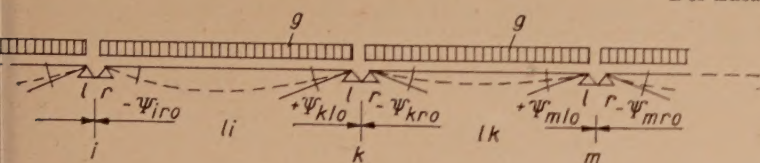


Bild 4.

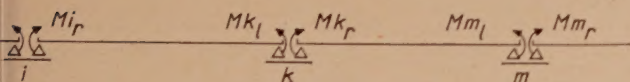


Bild 5.

Stand II

den Einfeldbalken gilt, wenn alle auf den Stab bezogenen M_i , M_k , ψ_i , ψ_k im Drehsinn positiv angenommen werden:

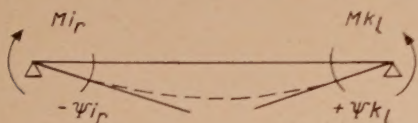


Bild 6.

$$\psi_{ir} = \frac{l_i}{6 E_o J_i} \cdot (2 M_{ir} + M_{kl}) \quad (1a)$$

$$\psi_{kl} = \frac{l_i}{6 E_o J_i} \cdot (M_{ir} + 2 M_{kl}) \quad (1b)$$

gert man nun am Träger i die Zustände I und II, so folgt:

$$\psi'_{ir} = \psi_{ir0} + \psi_{ir}; \quad \psi'_{kl} = \psi_{kl0} + \psi_{kl} \quad (2)$$

gilt noch nach dem Fugenschluß folgende Beziehung:

$$\frac{d \psi'_{kl}}{dt} = \frac{d \psi'_{kr}}{dt} \quad (3)$$

ist kann man für ein n -fach statisch unbestimmtes Durchlaufsystem ohne Beachtung des Kriechvorganges folgende Beziehungen aufstellen:

$$\psi'_{ir} = \psi_{ir0} + \frac{l_i}{6 E_o J_i} (2 M_{ir} + M_{kl})$$

$$\psi'_{kl} = \psi_{kl0} + \frac{l_i}{6 E_o J_i} (M_{ir} + 2 M_{kl}) \quad (4)$$

$$\psi'_{kr} = \psi_{kr0} + \frac{l_k}{6 E_o J_k} (2 M_{kr} + M_{ml})$$

nger hat in seiner Arbeit⁶⁾ die Fragen des Kriechens theoretisch grundlegend erfaßt. Darauf soll bei den folgenden Untersuchungen zurückgegriffen werden:

$$\varepsilon_{elast.} + \varepsilon_{plast.} = \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \cdot \varphi_n (1 - e^{-t})$$

bei einer im Zeitpunkt t_1 aufgetragenen Dauerlast

$$\varepsilon_{elast.} + \varepsilon_{plast.} = \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \cdot \varphi_n (e^{-t_1} - e^{-t}) \quad (5)$$

$$\varphi_t = \varphi_n (1 - e^{-t}).$$

Berücksichtigung dieser Beziehungen erhält man nunmehr eine Formel für den Fall, daß die Last im Zeitpunkt $t = 0$ aufgetragen wird:

$$\psi_{ir0} + \psi_{ir0} \cdot \varphi_n (1 - e^{-t}) + \frac{l_i}{6 E_o J_i} \cdot (2 M_{ir} + M_{kl}) + \frac{l_i}{6 E_o J_i} \cdot (2 M_{ir} + M_{kl}) \cdot \varphi_n \cdot (1 - e^{-t}) \quad (6)$$

ziert man nach dt , so folgt:

$$\frac{d \psi'_{ir}}{dt} = \psi_{ir0} \cdot \frac{d \varphi_t}{dt} + \frac{l_i}{6 E_o J_i} \cdot \left(2 \frac{d M_{ir}}{dt} + \frac{d M_{kl}}{dt} \right)$$

⁶⁾ Rühner, Verformung und Kriechen des Betons bei Bogenbrücken. Bauingenieur 33/34, 35/36, 39/40.

$$+ \frac{l_i}{6 E_o J_i} \cdot (2 M_{ir} + M_{kl}) \cdot \frac{d \varphi_t}{dt} \quad (7)$$

Der Zusammenschluß der Fertigteile führt zu:

$$M_{kl} = M_{kr} \frac{d \psi'_{il}}{dt} = \frac{d \psi'_{kr}}{dt} \quad (8)$$

Wendet man Bedingung (8) an und dividiert durch $d \varphi_t$ bzw. multipliziert noch mit dt , so erhält man ein System simultaner Differentialgleichungen, das bei Annahme der Randbedingungen $t = 0$; $\varphi_t = 0$; $M_{kt} = 0$ leicht lösbar ist.

$$C_i + \frac{d M_{ir}}{d \varphi_t} \cdot A_i - \frac{2 d M_{kt} + d M_{ml}}{d \varphi_t} B_i + (M_{ir} + 2 M_{kl}) \cdot A_i - (2 M_{kt} + M_{ml}) \cdot B_i = 0 \quad (9)$$

Dabei lauten die Konstanten:

$$C_i = \psi_{kl0} - \psi_{kr0} \quad A_i = \frac{l_i}{6 E_o J_i}$$

$$B_i = \frac{l_k}{6 E_o J_k}$$

Auf diesem Weg ist eine allgemeine Lösung gefunden worden, die anschließend an einem Beispiel in ihrer Anwendung deutlich gemacht werden soll:

Aus zwei Fertigteilen wird durch einen biegefesten Stoß ein Durchlaufträger über zwei Felder hergestellt:

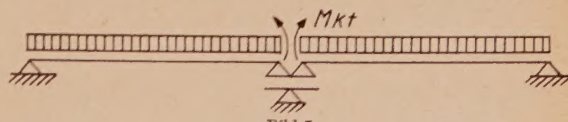


Bild 7.

$$C - \frac{2 d M_{kt}}{d \varphi_t} \cdot A - \frac{2 d M_{kt}}{d \varphi_t} \cdot B - 2 M_{kt} \cdot A - 2 M_{kt} \cdot B = 0$$

Unter Anwendung der Randbedingungen läßt sich folgende aus (9) hergestellte Differentialgleichung einfach lösen.

$$\frac{d M_{kt}}{d \varphi_t} + M_{kt} = \frac{C}{2 \cdot (A + B)}$$

$$M_{kt} = \frac{C}{2 \cdot (A + B)} \cdot (1 - e^{-\varphi_t})$$

2.2 Sonderfall

Die unter 2.1 getroffenen Annahmen haben nur unter der Bedingung Gültigkeit, daß der Fertigteil vor seinem Einbau noch nicht unter Eigengewicht gekrochen ist, also bis zu diesem Zeitpunkt voll aufliegend gelagert wurde.

Außerdem muß natürlich durch entsprechende Wahl des Kriechmaßes eine etwa vorhandene „Schonzeit“ berücksichtigt werden. Man kann aber ebenfalls mit Recht nach den Auswirkungen fragen, die bei vorangegangener längerer Lagerung als Balken auf zwei Stützen eintreten:

Für das Kriechen besitzt folgende Gleichung allgemein Gültigkeit.

$$\varphi_t = \varphi_n (1 - e^{-t}) \quad (10)$$

$$\frac{d \varphi_t}{dt} = \varphi_n \cdot e^{-t} \quad (10a)$$

Nun sei dem Fertigteil die Zeit t_0 gegeben, in der er während seiner Lagerung unter seinem Eigengewicht ungehindert kriechen kann. Die Kriechdauer nach der Herstellung der Kontinuität sei t .

Dann ist im Zeitpunkt $(t_0 + t)$

$$\frac{d \varphi_t}{dt} = \varphi_n \cdot e^{-(t_0 + t)} \quad (11)$$

$$\frac{d \varphi_t}{dt} = \varphi_n \cdot e^{-t_0} \cdot e^{-t} \quad (12)$$

t_0 ist als Lagerungszeit immer bekannt. Führt man nun $e^{-t_0} = \mu$ als Konstante in die Rechnung ein, so erhält man ein ganz ähnliches Gleichungssystem wie (7), nur wird C mit dem Beiwert μ versehen.

Für den als Beispiel angeführten Zweifeldträger gilt demnach:

$$M_{kt} = \frac{\mu \cdot C}{2 \cdot (A + B)} \cdot (1 - e^{-\varphi t})$$

2.3 Einwirkungen des Kriechens bei gleichaltrigen aneinander-gesetzten Fertigteilen, wenn diese bei der Montage bis zur Herstellung der Kontinuität durch Steifen unterstützt werden.

Zustand I

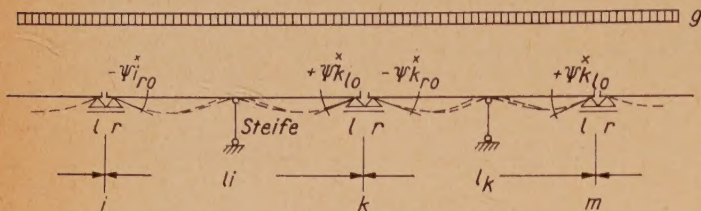


Bild 8.

Zustand II (nach Herstellung der Kontinuität und Wegnahme der Steifen.

$$\psi'_{i0} = \psi_{i0} - \psi^*_{i0} \quad \dots \quad (13)$$

Entfernt man die Steifen, so wird sofort in dem dann kontinuierlichen Balken ein Stützenmoment aufgebaut.

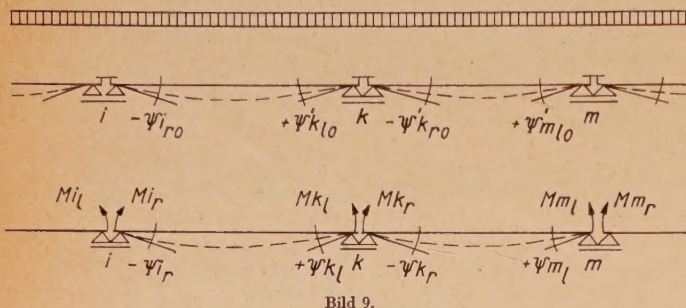


Bild 9.

Für den Fall eines symmetrischen, gleichmäßig belasteten Durchlaufträgers über 3 Felder kann man folgende Gleichung anschreiben (vgl. auch Gl. (4)):

$$\frac{2}{3} \cdot 1 \cdot M'_{i0} = 2 E J \cdot (\psi_{i0} - \psi^*_{i0}) - \frac{1}{6} \cdot M'_{i0} \cdot l \quad \dots \quad (14)$$

$$M'_{i0} = \frac{(\psi_{i0} - \psi^*_{i0}) \cdot 12}{5 \cdot l} \cdot E \cdot J \quad \dots \quad (15)$$

Hier übt aber das Kriechen trotzdem noch einen gewissen, wenn auch geringen, Einfluß aus, der anschließend noch abgeleitet werden soll:

In Anlehnung an Gl. (9) lautet die i -te Zeile:

$$C_i + \frac{d M_{irt} + 2 d M_{kt}}{d \varphi_t} \cdot A_i - \frac{2 d M_{kt} + d M_{mlt}}{d \varphi_t} \cdot B_i + (M_{irt} + 2 M_{kt} + 2 M'_{i0}) \cdot A_i - (2 M_{kt} + M_{mlt} + 3 M'_{k0}) \cdot B_i = 0 \quad \dots \quad (16)$$

Für den der Gleichung (14) zugrunde gelegten Fall erhält man z. B. nach dem schon angeführten Rechengang als Lösung der Differentialgleichung:

$$M_{it} = \left(\frac{C}{5 A} - M'_{i0} \right) \cdot (1 - e^{-\varphi t}) \quad \dots \quad (17)$$

2.4 Schwinden

Werden die Fertigteile kurz nach ihrer Herstellung zusammengebaut, so kann man annehmen, daß das Schwinden im endgültig hergestellten statisch unbestimmten System wirkt. Anders verhält es sich, wenn die Fertigteile vor der Montage länger abgelagert wurden, dann sind sie z. T. schon geschwunden, d. h. auf das statisch unbestimmte System wird nur noch ein geringer Schwindeinfluß bestehen. Diese Unterschiede kann man einfach durch das Ansetzen verschiedener Schwindmaße berücksichtigen. Die Berechnung ist durch die Arbeit von Dischinger⁶⁾ grundsätzlich gegeben. Danach beeinflußt das Schwinden die statisch unbestimmten Größen. Die sich dadurch ergebenden zusätzlichen Auflagerkräfte und Bie-

gungsmomente werden aber durch das Kriechen im Laufe der Zeit wesentlich vermindert. Auf die Ableitungen und Ergebnisse deshalb an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden.

Da der mit Kriechen verbundene Schwindvorgang gleich nach dem Abbinden und Erhärten des Betons beginnen kann, ist es an dieser Stelle für sich ratsam, einen niedrigen E -Modul und ein größeres Kriechmaß zu wählen.

Das Schwinden besitzt also für die erwähnten Montagevorgänge keine andersartige Bedeutung, sondern muß hier wie bei jedem monolithischen statisch unbestimmten System in Rechnung gestellt werden.

2.5 Rechenbeispiel

Es sollen die Auswirkungen des Kriechens auf einen aus drei Stahlbetonfertigteilen zusammengesetzten Durchlaufträger nach Gl. 2.1, 2.2 und 2.3 gezeigt werden.

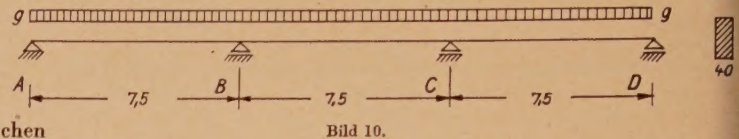


Bild 10.

B 450; St. I; $E_0 = 4,0 \cdot 10^4 \text{ kg/cm}^2$

$t = 2 \text{ Jahre}$; $\varphi_n = 3,0$; Behindertes Kriechmaß $\varphi_t = 2,3$.

Berechnung nach 2.1:

$M_{it} = M_{kt} = M_t$ (aus Symmetriegründen)
nach Gl. (9)

$$C - A_h \cdot (0 + 2 M_t) - A_h \cdot \left(0 + 2 \frac{d M_t}{d \varphi_t} \right) - A_i \cdot (2 M_t + M_t) - A_i \cdot \left(2 \frac{d M_t}{d \varphi_t} + \frac{d M_t}{d \varphi_t} \right) = 0$$

$$A_h = A_i = A$$

$$M_t = \frac{C}{5 A} \cdot (1 - e^{-\varphi t}) = \frac{7,5^2 \cdot 0,96}{10} \cdot (1 - 0,1) = 4,85 \text{ tm}$$

Berechnung nach 2.2:

Es soll angenommen werden, daß die Fertigteile rd. 6 Monate frei aufliegend gelagert haben.

$t_0 = 0,5 \text{ Jahr}$; $\mu = 0,606$.

$M_t = 0,606 \cdot 4,85 = 2,94 \text{ tm}$

Berechnung nach 2.3:

$$\psi^*_0 = \frac{g \cdot l^3}{384 \cdot E_0 J_i}; \quad \psi_0 = \frac{g \cdot l^3}{24 E_0 J_i};$$

$$g \cdot l^3 \cdot \left(\frac{1}{24} - \frac{1}{384} \right) \cdot 12$$

$$M'_0 = \frac{5,05}{5 l} = 5,05 \text{ tm}$$

Dieses Stützenmoment entsteht also nur durch Wegnahme der Steifen.

$$M_t = g \cdot l^2 \cdot \left(\frac{1}{10} - \frac{3}{32} \right) \cdot (1 - e^{-\varphi t}) = 0,304 \text{ tm}$$

$$M_0 + M_t = 5,354 \text{ tm}$$

Zusammenstellung:

Ergebnis:

Die Zusammenstellung zeigt, daß durch das Kriechen in allen Fällen mehr oder minder Momente aus Eigengewicht über die Stützen aufgebaut werden. Für diesen Vorgang ist grundsätzlich die Größe des Kriechmaßes φ_n maßgebend. Je länger man die Fertigteile in unverbundenem Zustand kriechen läßt, desto geringer fallen mangels Dauerverformung die Stützenmomente aus. Bei der Montage gemäß 2.3 besitzt das Kriechen kaum noch Einfluß auf die Umformung der Schnittkräfte.

Die bisher meist üblichen, am Anfang dieser Arbeit beschriebenen Rechenverfahren entsprechen also nicht den Tatsachen. Zwar sind zweifellos die Feldmomente aus Eigengewicht vor dem Kriechen die größten, aber im Laufe der Zeit entstehen Stützenmomente, die nach dem gewählten Montagevorgang und dem Kriechmaß größer oder kleiner ausfallen. In solchen Fällen besteht also u. U. erhöhte Rißgefahr.

Anwendung dieser grundsätzlichen Erkenntnisse bei der Berechnung ähnlicher nach der Verlegung auf irgendeine Weise verbundener beton-Fertigteil-Systeme.

In der Folge soll eine Kriechuntersuchung für eine Fertigteilkonstruktion angegeben werden, die nach dem Entwurf Brandt für Industriebau Dessau durchgeführt wurde.

monolithischer
Schlauftträger

Fertigteil (vor
Verbindung)

Lage nach 2.1

Fertigteil (vor
Verbindung)

Lage nach 2.2

Fertigteil (vor
Verbindung)

Lage nach 2.3

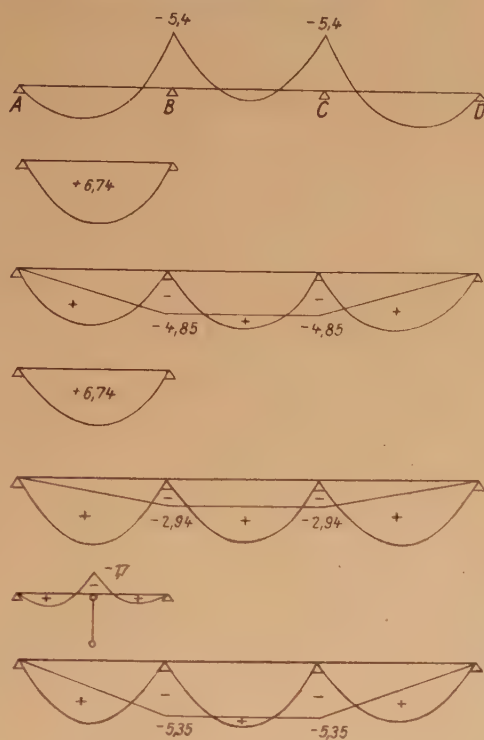


Bild 11.

Grundlagen der Konstruktion.

Es handelt sich um die Dachkonstruktion aus Stahlbeton-Fertigteilern einer zweischiffigen Halle mit je 25,2 m Spannweite. Montagevorgang.

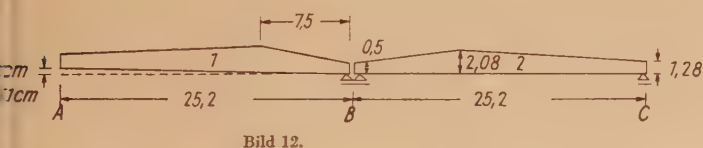


Bild 12.

Zunächst werden die beiden Binder gemäß Bild 10 so verlegt, daß an der Stütze A eine künstliche Stützenhebung von 11 cm entsteht.

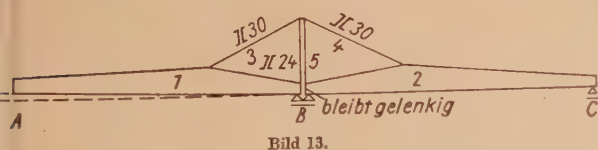


Bild 13.

An der Stütze B wird nun nach Verlegung gem. I. die in II. erbaute Stahlkonstruktion so angebracht, daß eine Verbindung der Fertigteile 1 und 2 konstruktiv gewährleistet ist.

Danach wird die Stütze A um 11 cm abgesenkt, so daß die Stäbe 3 und 4 durch Aufnahme einer Zugkraft unmittelbar zur Tragwirkung herangezogen werden. Anschließend werden die Pfetten und Dachplatten verlegt.

Berechnungen

Zunächst werden die in den Stäben 3 und 4 infolge Stützensenkung entstehende Zugkraft und die Schnittkräfte aus Dachlast in der statisch unbestimmten Konstruktion nach den allgemeinen Regeln der Baustatik bestimmt.

Das Ergebnis zeigt Bild 13. Es ist zu beachten, daß die Stützensenkung in diesem Beispiel eine größere Zugkraft erzeugt, als sie für die Herstellung des Zweifeldträgers aus den beiden Fertigteilbindern nötig wäre. Z_3 läßt sich wie Z_2 einfach berechnen, so daß man für die zudem infolge der Stützensenkung entstandene Kraft Z_0 folgende Beziehung anschreiben kann:

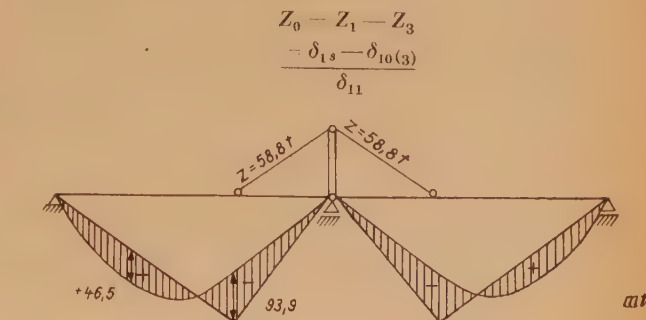


Bild 14.

Dabei setzt sich die Zugkraft aus folgenden Anteilen zusammen:

$$\begin{aligned} Z_1 & \text{ (aus Stützensenkung)} &= 33,4 \text{ t} \\ Z_2 & \text{ (aus später aufgebracht} \\ & \text{er Dachlast)} &= 25,4 \text{ t} \\ Z_3 & \text{ (aus Bindereigengewicht)} &= 22,0 \text{ t} \end{aligned}$$

Das Kriechen unter Eigengewicht ist bei allen statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen ohne jeden Einfluß (5). Da nun in diesem Fall zwei verschiedene Baustoffe — Stahl und Stahlbeton — Verwendung finden, so ergibt sich durch die Verschiedenheit der E-Module und auch dadurch, daß in diesem Fall das Kriechen des Stahles nicht berücksichtigt zu werden braucht, ein geringer Kriecheinfluß. Mit anderen Worten, nicht alle Verschiebungsgrößen erhalten den Faktor $(1 + \varphi_t)$. Die Gleichungen können daher auch nicht wie üblich durch diesen Faktor gekürzt werden, stimmen also nicht mit denen der Elastizitätstheorie überein. Diese Umlagerungen durch Kriechen infolge Eigengewicht wurden nachgerechnet und sind völlig bedeutungslos. Anders verhält es sich bei den Kriecheinflüssen, hervorgerufen durch die statischen Auswirkungen der Stützensenkung ΔA . Hier hat die durch die Ab-

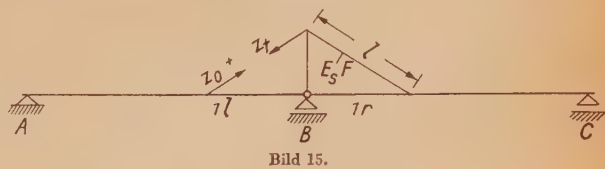


Bild 15.

senkung im Stahlteil entstehende Zugkraft Z_0 ihren Größtwert im Zeitpunkt $t = 0$. Durch das Kriechen wird diese Kraft Z_0 verringert und dadurch werden die Feldmomente vergrößert. Der Gang dieser Untersuchung soll kurz angegeben werden:

Im Zeitpunkt $t = t_1$, herrscht die Längskraft $Z_0 + Z_{t1}$. Im Zeitintervall dt entsteht eine zusätzliche Längskraft dZ_t durch Kriechen. Der Punkt 1_l verschiebt sich während dt :

$$\delta_{11l} \cdot Z_0 \cdot d\varphi_t + \delta_{11l} \cdot Z_t \cdot d\varphi_t + \delta_{11l} \cdot dZ_t \quad \dots \quad (18)$$

Der Punkt 1_r , entsprechend:

$$\delta_{11r} \cdot Z_0 \cdot d\varphi_t + \delta_{11r} \cdot Z_t \cdot d\varphi_t + \delta_{11r} \cdot dZ_t \quad \dots \quad (19)$$

Wenn

$$\delta_{11t} + \delta_{11r} = \delta_{11} \quad \dots \quad (20)$$

verkürzt sich also der Schrägstab um

$$\delta_{11} Z_0 \cdot d\varphi_t + \delta_{11} \cdot Z_t \cdot d\varphi_t + \delta_{11} \cdot dZ_t \quad \dots \quad (21)$$

Diese Verkürzung muß gleich sein

$$-\frac{1}{E_s \cdot F} \cdot dZ_t \quad \dots \quad (22)$$

Also

$$\delta_{11} Z_0 \cdot d\varphi_t + \delta_{11} \cdot Z_t \cdot d\varphi_t + \delta_{11} \cdot dZ_t = -\frac{l}{E_s \cdot F} \cdot dZ_t \quad \dots \quad (23)$$

$$Z_t + \frac{dZ_t}{d\varphi_t} \cdot A = -Z_0 \quad \dots \quad (24)$$

$$\text{Wenn: } A = 1 + \frac{1}{E_s \cdot F \cdot \delta_{11}} \dots \dots \dots (25)$$

Unter Annahme der Randbedingungen $t = 0$; $\varphi_t = 0$; $Z_t = 0$ bekommt man das Ergebnis dieser Differentialgleichung:

$$Z_t = Z_0 \left(e^{-\frac{1}{A} \cdot \varphi_t} - 1 \right) \dots \dots \dots (26)$$

In vorliegendem Fall läßt sich nunmehr folgende „Zugkraft“ bei Annahme von $\varphi_t = 3$ leicht errechnen

$$\begin{aligned} Z &= 11,4 \cdot e^{-\frac{1}{A} \cdot \varphi_t} + Z_2 + Z_3 \\ &= 11,4 \cdot 0,0534 + 25,4 + 22,0 = 48,0 \text{ t} \end{aligned}$$

Dischinger hat in seiner Arbeit⁵⁾ allgemein das Verhalten statisch unbestimmter Größen aus der Widerlagerverschiebung abgeleitet.

Danach erhält man für diesen Fall folgendes Ergebnis:

$$\begin{aligned} Z &= Z_1 \cdot e^{-\varphi_t} + Z_2 + Z_3 \\ &= 11,4 \cdot 0,04979 + 25,4 + 22,0 = 47,90 \text{ t.} \end{aligned}$$

Man sieht, daß die Ergebnisse der beiden verschiedenen Ableitungen fast genau übereinstimmen.

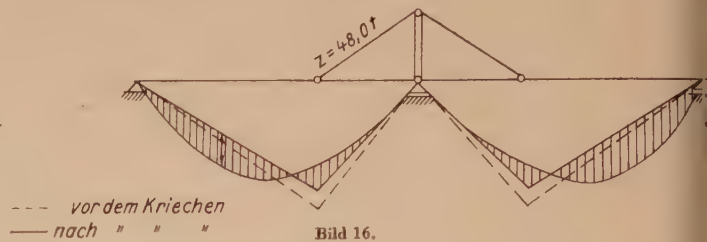
Der Stahlbeton-Fertigteil wäre also nach der Momentenfläche Bild 16 zu bemessen.

Das Schwinden wurde wiederum nach Dischinger⁵⁾ berechnet und wirkt sich auf die Größe der Zugkraft nur geringfügig aus.

Ergebnis:

Durch Kriechen und Schwinden erfahren die Schnittkräfte Änderungen, die dem in der Zeit $t = 0$ auf das statische System

einwirkenden Montagevorgang entgegenarbeiten. Die gewünschte Wirkung wird also im Endzustand $t = t_1$ nicht ganz erreicht. Es stellt sich ungefähr das Momentenbild ein, das man aus einer Berechnung des Zweifeldträgers unter Ansetzung aller Lasten erhalten würde. Das vorliegende Beispiel zeigt, daß die Anwendung derartiger Montagemaßnahmen immer mit eingehenden statischen Untersuchungen verbunden werden muß. Durch Kriechen und oft auch durch Schwinden tritt eine Veränderung der Schnittkräfte ein, die in den meisten Fällen nicht vernachlässigt werden darf.



4. Zusammenfassung:

Die möglichst wirklichkeitsgetreue Vorausberechnung der inneren Kräfte von Stahlbetonkonstruktionen im allgemeinen und Stahlbetonfertigteilkonstruktionen im besonderen ist die Voraussetzung für deren wirtschaftliche Bemessung und die richtige Einschätzung ihres Sicherheitsgrades. Wenn man einerseits versucht, durch die Arbeit neuer, fortschrittlicher Erkenntnisse eine der Natur des Betons entsprechende Bemessung zu erreichen, so soll man andererseits u. a. auch die in dieser Arbeit angeschnittenen Fragen nicht unbeachtet lassen.

Messung der Tiefen und Weiten von Betonrissen mittels Ultraschall.

Von Dr. phil. Kurt Eisenmann und Dr.-Ing. Georg Steinkamp, Braunschweig.

Die Rissebildung in Beton wurde zuerst mit Ultraschall von Dr. Kl. Wenzel untersucht¹⁾, welcher die Rißtiefe durch Intensitätsmessungen der den Balkenquerschnitt durchstrahlenden Ultraschallwelle feststellte. Wie gezeigt wurde²⁾, nimmt diese Intensität proportional der Größe der ungerissenen Querschnittsfläche ab. Die Untersuchungen ergaben weiter das überraschende Ergebnis, daß das Absinken der Intensität bei Steigerung der äußeren Belastung und Momente weit früher einsetzt als der erste sichtbare Riß.

Die von uns neu durchgeführten von der Deutschen Forschungsgemeinschaft in Godesberg dankenswerterweise unterstützten Versuche haben dies wiederum eindeutig bestätigt. Der hier belastete Biegebalken aus B 190 von $25 \times 12 \text{ cm}^2$ Querschnitt zeigte das erste Absinken der durchstrahlten Schallintensität bei einer Biegebelastung von 182 kgm aber den ersten sichtbaren Riß erst bei 234 kgm.³⁾ Wie diese Erscheinung zu deuten ist, ist noch nicht ganz geklärt, aber auf Grund der vorliegenden Messungen nehmen wir an, daß sich in der Zugzone des auf Biegung beanspruchten Betonbalkens eine größere Anzahl örtlich begrenzter, untereinander nicht zusammenhängender, unregelmäßig verteilter Risse — Fleckenrisse — ausbildet, die sich erst bei größerer Belastung zu einem durchgehenden bis zur Balkenoberfläche reichenden Querriß erweitern. Es ist unwahrscheinlich, daß die Durchlässigkeit des Betons für Ultraschall durch andere Ursachen, etwa durch Änderung des molekularen Gefüges, verändert wird.

Wir stellten uns weiter die Aufgabe, die Rißweite δ_R der Betonrisse durch Ultraschall festzustellen. Bekanntlich ist unerwünscht, daß die Weiten der Risse, die an und für sich aus wirtschaftlichen Gründen zugelassen werden, größer als 0,1 bis 0,2 mm werden, da sonst eindringendes Wasser oder Dämpfe die Stahleinlagen beschädigen können. Die Rißweite ist bislang nur mit der Lupe an der Oberfläche festgestellt worden⁴⁾. Hier erschien es zweckmäßig, zunächst nur einen einzigen Riß zu erzeugen und zu untersuchen. Dementsprechend wurde der Balken in der Mitte nur durch eine einzige Einzellast beansprucht. Um Nebenrisse zu vermeiden, welche die Ergebnisse fälschen würden, wurde die Druckbewehrung des

Balkens auf 2 cm in der Mitte zum Teil fortgelassen, so daß das Widerstandsmoment des Balkens in der Mitte gegenüber den benachbarten Querschnitten erheblich herabgemindert war. Es gelang so für einen ausreichenden Belastungsbereich, einen einzigen Querriß ohne Nebenrisse zu erhalten (Bild 1).

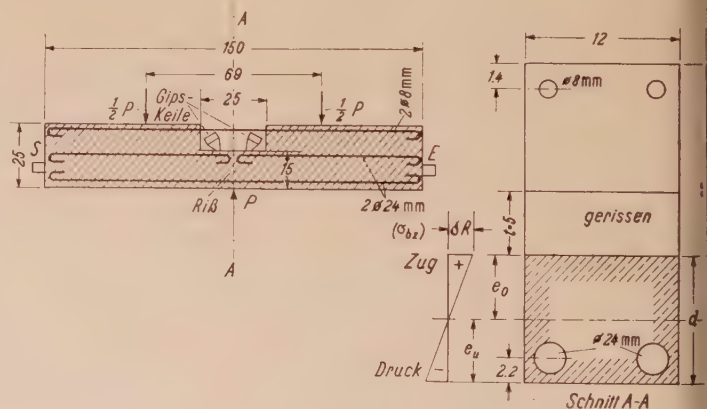


Bild 1.

Wie leicht nachzuweisen ist, sperrt ein mit Luft gefüllter Spalt auch bei geringster Weite den Durchgang der Ultraschallstrahlung nahezu vollständig bis zur größten Rißtiefe, so daß die durch den Gesamtquerschnitt des Balkens durchgestrahlte Schallintensität herabgemindert wird. Für diese Messungen an höchstens 0,2 mm weiten Spalten war das bislang benutzte Impulsgerät zu unempfindlich, zumal auch die einzelnen für die Messung benutzten Wellen wegen Reflexionen an den Längswänden des Balkens und Interferenzen nicht immer eindeutig identifiziert werden konnten.

Es wurde daher ein Dauerschallverfahren entwickelt, das gestattet, auch kleine Längenänderungen mittels Phasenverschiebung genau zu messen. Die vom Empfangsschwinger E durch Ultraschall erzeugte Spannung wird auf zwei verschiedenen Wegen einer Phasenprüfer zugeführt, einmal unmittelbar auf rein elektrischen Wege, das andere Mal über den Betonbalken mit Riß. Am Au

¹⁾ Wenzel, Doktordissertation Braunschweig 1950.

²⁾ Eisenmann, Untersuchung der Rissebildung des Betons m. US. B. u. St. 46; (1951), Heft 1, S. 19.

³⁾ Steinkamp, Doktordissertation, Braunschweig 1953.

⁴⁾ Saliger, Fortschritte im Stahlbeton, Deuticke Wien 1950.

des Phasendetektors ist eine Anzeigevorrichtung angeordnet, die die Phasendifferenz zwischen den beiden Wegen in Winkeln anzeigt. Damit der Schall nicht den ganzen Querschnitt durchstrahlt, sondern nur den gerissenen Teil, ist der Strahl so gebündelt, was durch höhere Frequenz erreicht wird. Um Ultraschall möglichst parallel zur Oberfläche zu brechen, wurden beiden Schwingern auf Gipskeile aufgekittet, die einen Schallkegel zur Oberfläche nahe dem der totalen Reflexion bewirken. Mit der Schall den Riß durchlaufen kann, muß dieser mit einer leitenden Flüssigkeit aufgefüllt werden. Der erwähnte zweite Schwingungsdurchläuft dann zwischen den Schwingern den Beton und die Flüssigkeit im Riß und man erhält die entsprechende Phasendifferenz. Es ist ersichtlich, daß man den Spalt noch durch eine zweite Flüssigkeit auffüllen muß und erst aus der Differenz der gemessenen Phasendifferenzen die Rißweite erhält. Füllt man daher den Riß nacheinander mit den beiden verschiedenen Flüssigkeiten 1 und 2 (Tetrachlorethyl, Äthylalkohol), so erhält man:

$$\frac{\delta_R}{\lambda_1} = \frac{\varphi_1}{360} + \frac{\varphi_b}{360}, \quad \frac{\delta_R}{\lambda_2} = \frac{\varphi_2}{360} + \frac{\varphi_b}{360},$$

$$\delta_R = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\varphi_1 - \varphi_2)}{360 (\lambda_2 - \lambda_1)}$$

λ_b, φ_b Schallweg, Wellenlänge, Phasenwinkel in Beton,
 λ_1, φ_1 Schallweg, Wellenlänge, Phasenwinkel in Flüssigkeit 1,
 λ_2, φ_2 Schallweg, Wellenlänge, Phasenwinkel in Flüssigkeit 2.
Aus den gemessenen Werten $\lambda_1, \lambda_2, \varphi_1, \varphi_2$ wurde demnach die gemessene Rißweite δ_R bestimmt.

Einige Schwierigkeiten bei dieser Meßweise seien erwähnt. Das Verfahren beruht darauf, daß die eintretenden Risse durch Flüssigkeiten aufgefüllt werden können; dies ist für einen Querriß nur möglich, wenn sämtliche Risse untereinander zusammenhängen bis zur Oberfläche reichen. Bei hochwertigem Beton ist dies aber nicht immer der Fall. Es entstehen vielmehr Fleckenrisse, die weder zusammenhängen noch bis zur Oberfläche reichen, und daher von außen nicht mit Flüssigkeit gefüllt werden können, so daß die Ergebnisse verfälscht sind. Der hier untersuchte Beton B 190 erwies sich als geeignet, während die höherwertigen Betonbalken ungeeignet waren. Bisher wurde daher nur ein Balken B 190 untersucht.

Die vorgegebenen kleinen Weiten von 0,2 mm zu messen, ist bei der Wellenlänge des Ultraschalles sehr klein, die Frequenz der Schwingungen daher sehr groß sein. Als günstiger Wert wurde hier die Frequenz von 228 kHz gewählt, für die eine Reichweite im Beton von 15 cm gemessen wurde.

Bei hochwertigem Beton und bei Beton, der leicht Teilchen absetzt, kann es vorkommen, daß innerhalb der größten Rißtiefen keine guten Betonverbindungen zwischen den Rißwänden von geringerer Tiefe bestehen, die den Schall durch den Riß auf Beton hindurchleiten — sogenannte Schallbrücken, so daß die Rißtiefen zu klein gemessen werden.

Die eingebrachten Stahleinlagen, namentlich die hier unentbehrlichen Zugstäbe, müssen weit genug von den Schwingern entfernt sein, damit nicht die Bewehrung anstatt des Betons den Schall leitet, was auch u. U. die Ergebnisse verfälschen würde.

Bild 2 sind durch die Kurven I und II die gemessenen und durch die Kurve γ die berechneten Werte der Rißtiefen gezeigt; für eine Rißtiefe von $t = 9,4$ cm wurde eine Rißweite von $\delta_R = 0,22$ mm mit Ultraschall gemessen, während die angenäherte Berechnung $\delta_R = 0,21$ mm ergab.

Die Berechnung der bewehrten Betonbalken zeigte sich eine ungetroffene Schwierigkeit. Man sollte meinen, der untersuchte Balken sei verkleinert in der Höhe im Mittelteil und freien Zugstäben (Bild 1) sei es als einfach unbestimmter Rahmen mit der Zugbewehrung als Stütze berechnet werden. Dies ist aber durchaus nicht der Fall; der Balken zeigte vielmehr, verglichen mit den Meßwerten bei Anwesenheit eines einfach unbestimmten Rahmens, viel zu große errechnete Biegemomente. Selbst wenn man die statische Unbestimmtheit vernachlässigte und nur den Balkenquerschnitt im mittleren Teil zugrunde legte, waren die errechneten Momente gegenüber den gemessenen noch viel zu groß. Daher wurden für den Mittelquerschnitt noch die außerhalb des Betonquerschnitts liegenden Zugstäbe als zum Querschnitt gehörig mitgerechnet, was streng genommen nicht angängig ist, da die Zugstäbe in der Balkenmitte

frei und von Beton nicht ummantelt sind, so daß die Schubkräfte nicht übertragen werden.

Die Biegezugfestigkeit wurde nach der Intensitätskurve (M, A) $\sigma_{bz} = \frac{M}{W_o} = \frac{182}{518} = 35,1 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$ gefunden, wobei W_o das Widerstandsmoment des Balkens ohne Zugbewehrung bedeutet. Hier könnte

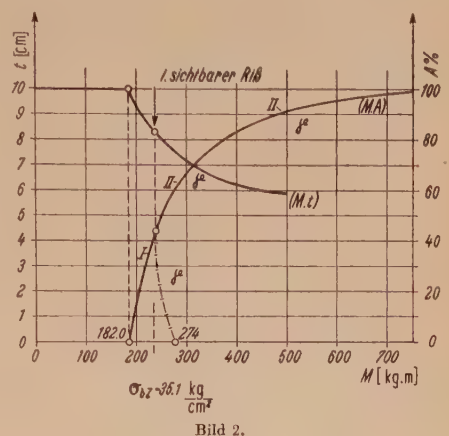


Bild 2.

man einwenden, daß folgerichtig auch hier die Zugstäbe als zum Mittelquerschnitt gehörig zu betrachten seien. Jedoch ist demgegenüber zu bedenken, daß für den Bereich von $t = 0$ bis $t = 4$ cm bzw. $M = 182$ kgm bis $M = 234$ kgm die berechneten und gemessenen Kurven völlig voneinander abweichen. Die berechnete (M, t)-Kurve (s. Bild 2, γ -Kurve) zeigt gerade hier eine Anomalie, da sie nach links konvex gewölbt ist, so daß der Zustand labil ist, und sofort bei Erreichen der rechnerischen Rißgrenze von $M = 274$ kgm ein Riß von $t = 6$ cm Tiefe eintreten müßte. Die Versuche zeigen indessen, daß schon bei $M = 182$ kgm die Intensität absinkt, so daß eine Schwächung des Querschnitts durch Fleckenrisse anzunehmen ist, die stetig bis zum Eintreten des ersten sichtbaren Risses bei $M = 234$ kgm zunehmen (Kurve 1). Wenn die Rißtiefe den Wert $t = 4$ cm übersteigt, also über den ersten sichtbaren Riß hinausgeht, stimmen errechnete und gemessene Kurven (γ, II) gut überein. Der erste sichtbare Riß und der Punkt, in dem die errechneten und gemessenen Kurven γ und II zusammenfallen und stetig wachsen, liegt hier bei $M = 234$ kgm; es besteht demnach die Möglichkeit, das Auftreten des ersten Risses zu bestimmen, wenn der Punkt des ersten Intensitätsabfalls bekannt ist.

In nachfolgender Tafel sind die Werte der gemessenen und errechneten Kurven gezeigt:

t [cm]	Tafel.		M [kgm] = 35,1 · W I, II	M [kgm] gemessen γ
	W _o [cm³] ohne Zugbewehrung	W [cm³] mit		
0	518	779	274	182
1	449	740	260	192
2	384	705	248	205
3	324	697	245	217
4	271	675	237	233
5	219	711	250	250
6	174	760	267	272
7	134	856	301	305
8	99	1002	352	348
9	70	1301	457	405
10	48	1993	704	—

Ergebnisse.

Es wird gezeigt, daß die Rißtiefen und zum ersten Mal auch die Rißweiten mittels Ultraschall bestimmt werden können. Es wurde die Weite eines Risses in Beton zu $\delta_R = 0,22$ mm mit Ultraschall gemessen, der zu 0,21 mm berechnet war.

Die Zunahme der Rißtiefen mit wachsender Biegebelastung wurde berechnet und ergab für eine Rißtiefe $t = 0$ das Biegemoment $M = 274$ kgm, dasselbe Biegemoment aber auch für eine Rißtiefe $t = 6$ cm. Die Rechnung ergibt demnach für den untersuchten Stahlbetonbalken ein labiles Verhalten. Die Messungen zeigten jedoch bereits bei $M = 182$ kgm ein Absinken der durchstrahlten Schallenergie, was durch Auftreten von sog. Fleckenrisen, unzusammenhängenden, unregelmäßig verteilten Rissen, die nicht bis zur Balkenoberfläche reichen, erklärt werden kann. Erst bei höherer Biegebelastung $M = 234$ kgm erscheint der erste sichtbare Riß,

dessen Tiefe und Weite mit wachsender Belastung stetig zunehmen und zwar jetzt in guter Übereinstimmung mit den errechneten Werten. Der erste sichtbare Riß hat auch sofort die errechnete Rißtiefe von 4 cm. Die Natur vermeidet daher den Sprung bei einer Biegebelastung durch zwar unsichtbare aber doch nachweisbare

Fleckenrisse, die bei einer bestimmten nachweisbaren Belastung in durchgehende sichtbare Risse übergehen.

Die Versuche wurden mit Erfolg erst an einem Betonbalken B 190 durchgeführt. Um einwandfrei nachzuweisen, daß sie reproduzierbar sind, sollen sie wiederholt und weitergeführt werden.

Kriechen und Schwinden bei vorgespannten Verbund-Stahlbetonkonstruktionen und beliebigen Stahlträger-Verbundkonstruktionen.

Von o. Professor Dr.-Ing. Konrad Sattler, Berlin.

(Schluß aus Heft 1/1954).

C. Zahlenbeispiele

Beispiel 1. Kriechen und Schwinden bei statisch bestimmten vorgespannten Stahlbetonquerschnitten.

Für die 3 Querschnitte nach Bild 9, die vollkommen verschiedene

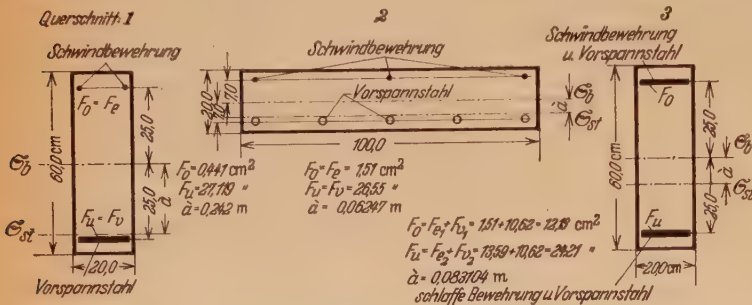


Bild 9.

$$\frac{1}{n} \cdot J_b$$

Werte $q' = \frac{1}{n} \cdot J_b$ aufweisen, werden in Tafel 1 die Abweichungen der Näherungsberechnung gegenüber der genauen Berechnung unter Zugrundelegung des Abschnittes A.1 angegeben. Es werden hierbei die Ergebnisse getrennt für ein äußeres Moment M_o bzw. für eine äußere Normalkraft N_o und Schwinden angeführt, um die verschiedene Empfindlichkeit der Näherungsberechnung zu erkennen. Für alle Querschnitte wird $n = 6,2$, $n_v = 1,0$ und $\varphi_n = 3,0$ angenommen, während M_o , N_o und N_{sch} als allgemeine Größen bestehen bleiben. Die Einfachheit der Näherungsberechnung wird für den Querschnitt 1 und nur für die Wirkung aus einem Moment M_o allein gezeigt, wobei M_o entsprechend Abschnitt 2 auf den Querschnitt mit Vorspannstahl (F'_i , J'_i) wirken soll. Die Werte $e - a \cdot \varphi_i$ bzw. $1 - e - a \cdot \varphi_i$ werden Tafeln entnommen (siehe T, S. 290 ff.).

$$F_e = F_o = 0,441 \text{ cm}^2; F_b = 1200 \text{ cm}^2; \frac{1}{n} F_b = 193,55 \text{ cm}^2;$$

$$F_v = F_u = 27,119 \text{ cm}^2; J_b = 360000 \text{ cm}^4; \frac{1}{n} J_b = 58064,52 \text{ cm}^4;$$

$$F_{st} = 27,560 \text{ cm}^2; J_e = J_v = 0; J_{st} = 1084,7616 \text{ cm}^4;$$

$$a' = 0,242 \text{ m}; q' = 53,527508.$$

$$J_b + a'^2 \cdot F_b = 106,2768 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^4; \frac{1}{n} \cdot \frac{F_b}{F_{st}} \cdot J_b = 252,8229 \cdot 10^{-4} \cdot \text{cm}^4$$

$$\alpha_1 = 0,295953; \alpha_2 = 0,018340; \frac{\alpha_2}{\alpha_2 - \alpha_1} = -0,066063;$$

$$F'_i = 221,11 \text{ cm}^2; S'_i = 583,82 \text{ cm}^3; J'_i = 73277,71 \text{ cm}^4;$$

$$M^*_{b,o} = MM'_{b,o} = \frac{\frac{1}{n} \cdot J_b}{J'_i} \cdot M_o = 0,792390 \cdot M_o;$$

$$N^*_{b,o} = MN'_{b,o} = \frac{S'_i}{J'_i} \cdot M_o = \frac{583,82 \cdot 10^{-8}}{73277,71 \cdot 10^{-8}} \cdot M_o = 0,796557 \cdot M_o$$

Nach (26) ist in erster Näherung:

$$N'_{b,t} = \left(\frac{36 \cdot 10^{-4}}{106,2768 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,796557 - \frac{0,242 \cdot 1200 \cdot 10^{-4}}{106,2768 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,792390 \right) \cdot M_o \cdot (1 - e^{-a_1 \cdot 3,0}) = -1,895372 \cdot M_o \cdot 0,588457 = -1,115345 \cdot M_o.$$

Mit $\Phi_1 = -1,895372 \cdot M_o$ ergibt sich nach (27) und (28) mit $\varphi_i = \varphi_n = 3,0$: $M'_{st,t} = 0,029275 \cdot M_o$ und $M'_{b,t} = 0,298955 \cdot M_o$.

Zur Verbesserung dieser Werte erhält man in zweiter Näherung nach (29):

$$A = (0,792390 - 0,242 \cdot 1,895372) \cdot M_o \cdot (1 - 0,981660 \cdot e^{-a_1 \cdot 1,5}) + (-0,066063) \cdot 0,704047 \cdot 0,242 \cdot (-1,895372) \cdot M_o \cdot (0,981660 \cdot e^{-a_1 \cdot 1,5} - 0,704047 \cdot e^{-a_1 \cdot 1,5}) = 0,025743 \cdot M_o.$$

Mit (30) bis (32) wird mit $\varphi_i = \varphi_n = 3,0$:

$$\Phi_2 = \left(-1,895372 + \frac{0,242 \cdot 1200 \cdot 10^{-4}}{106,2768 \cdot 10^{-4}} \cdot 0,025743 \right) \cdot M_o = -1,825016 M_o.$$

$$N'_{b,t} = \Phi_2 \cdot (1 - e^{-a_1 \cdot 3,0}) = -1,073943 \cdot M_o;$$

$$M'_{st,t} = 0,029762 \cdot M_o; M'_{b,t} = 0,289664 \cdot M_o.$$

Die genauen Werte betragen nach (16a) bis (20a) mit $\varphi_i = \varphi_n = 3,0$ und

$$\alpha'_e = 0,00184516; \alpha'_b = -0,693623; p' = 1 + \alpha'_e + \alpha'_b = 0,308222;$$

$$\kappa'_1 = -0,00610748 \text{ und } \kappa'_2 = -0,30211455;$$

$$M'_{st,t} = 0,029734 \cdot M_o; M'_{b,t} = 0,288908 \cdot M_o;$$

$$N'_{b,t} = 1,07096 \cdot M_o.$$

Die Abweichungen betragen somit in erster Näherung zwischen 1,6% und 4%, in zweiter Näherung zwischen 0,1% und 0,3%.

In der Regel wird man daher Φ_1 und damit sofort A und die Werte der zweiten Näherung berechnen.

Tafel 1. Abweichungen der 1. und 2. Näherung von den genauen Werten in %.

Querschnitt	$\frac{1}{n} \cdot J_b$ J'_i		Moment M_o allein		Längskraft N_o oder Schwinden, je allein	
			1. Näherung	2. Näherung	1. Näherung	2. Näherung
1	53,6	$N'_{b,t}$	4,2	0,2	1,8	0,2
		$M'_{b,t}$	3,4	0,1	1,7	0,0
		$M'_{st,t}$	1,3	0,0	1,2	0,0
2	38,5	$N'_{b,t}$	6,2	0,2	1,2	0,1
		$M'_{b,t}$	4,2	0,1	1,0	0,1
		$M'_{st,t}$	3,0	0,1	0,6	0,2
3	2,87	$N'_{b,t}$	128,0	1,0	3,4	0,2
		$M'_{b,t}$	9,5	6,0	4,0	0,5
		$M'_{st,t}$	3,2	0,5	3,0	0,1

Voraussetzung für den Erhalt genauer Ergebnisse ist hierbei, daß sowohl bei den Näherungsberechnungen, wie aber vor allem bei den strengen Lösungen genügend viele Stellen miterfaßt werden. Dies muß bereits bei der Ermittlung der Werte a' , S'_i , J'_i usw. beachtet werden, denn kleine Fehler wirken sich mit Rücksicht auf die geringe Stahlfäche im Verhältnis zu der Betonfläche sofort ungünstig aus und können das ganze Rechenergebnis in Frage stellen.

Berechnet man für ein linear mit φ_i ansteigendes Moment, dessen Endwert $M(\varphi_n)$ beträgt, nach (42) den Wert $M'_{i,st,t}$, so ergibt sich

$$M'_{i,st,t} = 0,015379 \cdot M(\varphi_n).$$

Vergleicht man diesen Wert mit dem oben berechneten für ein konstant wirkendes Moment $M(\varphi_n)$, so ist:

$$\psi = \frac{0,0159}{0,0297} = 0,534.$$

Für $\varphi_n = 4,0$ würde sich $\psi = 0,538$, für $\varphi_n = 2,0$ der Wert $\psi = 0,51$ ergeben.

Gleichung (70) ergibt somit eine genügende Genauigkeit.

Beispiel 2. Der Einfluß des Kriechens und Schwindens bei einem vorgespannten Durchlaufträger aus Stahlbeton.

An dem in Bild 10 und 11 dargestellten Träger soll die Anwendung der entwickelten Formeln und die Ergebnisse für die verschiedenen Belastungszustände gezeigt werden. Die idealisierte, abgeknickte

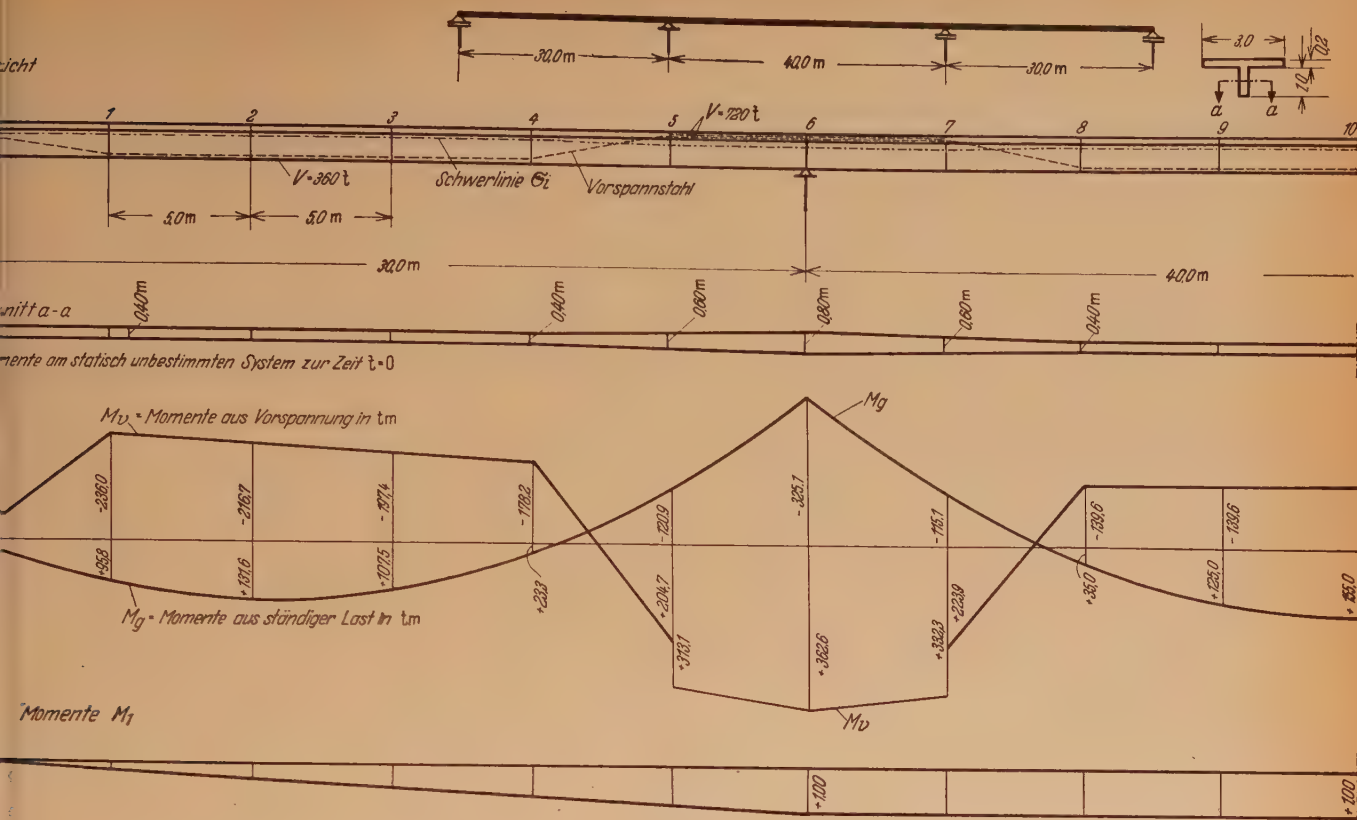


Bild 10.

Der Verlauf der Vorspannstähle wurde einerseits gewählt, um im Rahmen der Arbeit nur 3 verschiedene Querschnitte zu haben, andererseits auch den Einfluß nicht ausgeglichener Momente zu studieren. Wirklichkeit wird jeder der Querschnitte 0 bis 10 mit Rücksicht auf stetige Führung der Vorspannstähle verschiedene Querschnitts-
e aufweisen.

Die Momentenzustandslinien infolge ständiger Last und Vorspannung am statisch unbestimmten System sind in Bild 10 angegeben. Zwischen Punkt 6 und 7 wird mit 720 t, im übrigen mit 360 t vorgespannt. Die Vorspannung wirkt entsprechend Abschnitt 1 auf die Querschnitte F_i . Die Momente sind daher auf die Schwerste S_i bezogen. Mit $n = 6,0$ ergeben sich die Querschnittswerte nach Abschnitt 1.2. Da zur Zeit $t = 0$ nur Beanspruchungen nach Abschnitt 1 auftreten, gilt:

$$V_{b,0}^* = \tilde{N}_{b,0} \text{ und } M_{b,0}^* = M_{b,0} \text{ usw.}$$

Es gilt nach (2) und (3):

$$M_{b,0} = M M_{b,0} = \frac{1}{n} \cdot J_b \cdot M_{t=0}; \quad N_{b,0}^* = M N_{b,0} + N N_{b,0} =$$

$$= \frac{S_i}{J_i} \cdot M_{t=0} + \frac{1}{n} \cdot \frac{F_b}{F_i} \cdot N_{t=0}$$

Die Werte sind für einige Punkte in Tafel 3 eingetragen. Als statisch unbestimmte Größen werden sowohl zur Zeit $t = 0$, als auch für die zeitabhängigen Größen, die Gruppenlasten $X_1 = 1$ an den beiden Mittelstützen angenommen, so daß nur eine einzige bekannte X_1 vorhanden ist. Der zugehörige Momentenzustand ist in Bild 10 dargestellt. Den Untersuchungen über Kriechen und Schwinden werden die Werte

$\epsilon_s = 350000 \text{ kg/cm}^2$, $\epsilon_s = 15 \cdot 10^{-5}$ und $\varphi_n = 3,0$; $J_c = 100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^4$ zugrunde gelegt.

Es ergeben sich die Werte $\frac{N_{sch}}{\varphi_n} = \frac{\epsilon_s \cdot E_b \cdot F_b}{\varphi_n}$ zu:

$$\text{Querschnitt 1—4, 8—10: } \frac{N_{sch}}{\varphi_n} = \frac{15 \cdot 10^{-5} \cdot 3,5 \cdot 10^6 \cdot 1,0}{3,0} = 175,0 \text{ t.}$$

$$\text{Querschnitt 5—7: } \frac{N_{sch}}{\varphi_n} = \dots = 210,0 \text{ t.}$$

Querschnitt

$$6: \frac{N_{sch}}{\varphi_n} = \dots = 245,0 \text{ t.}$$

Die Berechnung von $X'_{1,t}$ wird nach Abschnitt 5 durchgeführt. Nach (36) erhält man in üblicher Weise

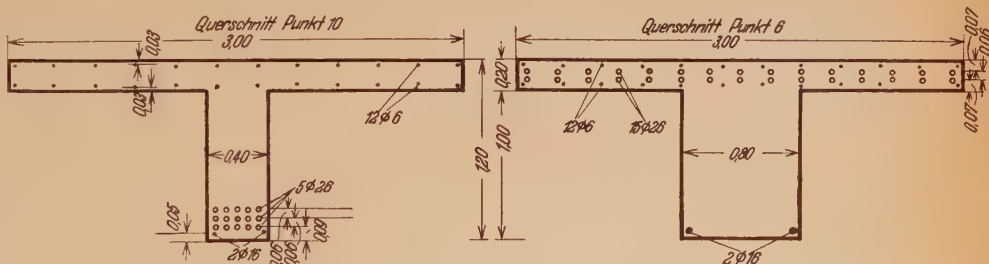


Bild 11.

$$E_c \cdot J_c \cdot M \delta'_{11,t=0} = 2 \cdot \int_0^{10} M_1 \cdot \frac{J_c}{J_i} \cdot ds = 22,480582.$$

Hierbei wurden in jedem Punkte die Werte $M_1 \cdot \frac{J_c}{J_i}$ gebildet und die Integration mittels der Trapezregel ausgeführt.

Zur Berechnung von $M \delta'_{10,t}$ nach (65) werden zuerst die Werte $\tilde{M}'_{0,st,t}$ benötigt. Diese werden für jeden Punkt mit den gegebenen Werten φ_n , $M_{b,0}^*$, $N_{b,0}^*$ und $\frac{N_{sch}}{\varphi_n}$ entweder nach (18a) oder zweckmäßigerweise nach (27) oder (31) berechnet. Sie sind in Tafel 4 Spalte 3 und 4 eingetragen.

Bei der Berechnung von

$$E_c \cdot J_c \cdot M \delta'_{10,t} = \int M_1 \cdot \tilde{M}'_{0,st,t} \cdot \frac{J_c}{J_{st}} \cdot ds$$

in Tafel 4 wird wieder die Trapezregel zugrunde gelegt.

$$E_c \cdot J_c \cdot M \delta'_{10,t} = 2 \cdot \frac{5,0}{6} \cdot (314,633 + 537,221) = + 1419,757$$

Nach (66) ist:

$$(X'_{1,t}) = - \frac{M \delta'_{10,t}}{M \delta'_{11,t=0}} = - \frac{1419,757}{22,480} = - 63,154 \text{ tm.}$$

Tafel 2

Quer- schnitt	Ohne Vorspannstahl													
	F_b	$\frac{1}{n} F_b$	F_e	F_i	σ_{yb}	σ_{ye}	σ_y	a	J_b	$\frac{1}{n} J_b$	J_e	S_i	J_i	$\frac{J_c}{J_i}$
	m^2	m^2	m^2	m^2	m	m	m	m	m^4	m^4	m^4	m^3	m^4	
1—4	1,00	$1666,67 \cdot 10^{-4}$	$10,74 \cdot 10^{-4}$	$1677,41 \cdot 10^{-4}$	0,340	0,524	0,341	0,184	$1217,33 \cdot 10^{-4}$	$202,888\,333 \cdot 10^{-4}$	$2,816\,365 \cdot 10^{-4}$	$1,963\,507 \cdot 10^{-4}$	$206,065\,983 \cdot 10^{-4}$	0,485 281
8—10	1,20	$2000,0 \cdot 10^{-4}$	$10,74 \cdot 10^{-4}$	$2010,74 \cdot 10^{-4}$	0,400	0,524	0,401	0,124	$1600,0 \cdot 10^{-4}$	$266,666\,667 \cdot 10^{-4}$	$2,816\,365 \cdot 10^{-4}$	$1,324\,646 \cdot 10^{-4}$	$269,647\,288 \cdot 10^{-4}$	0,370 855
5,7	1,20	$2000,0 \cdot 10^{-4}$	$10,74 \cdot 10^{-4}$	$2010,74 \cdot 10^{-4}$	0,400	0,524	0,401	0,124	$1600,0 \cdot 10^{-4}$	$266,666\,667 \cdot 10^{-4}$	$2,816\,365 \cdot 10^{-4}$	$1,324\,646 \cdot 10^{-4}$	$269,647\,288 \cdot 10^{-4}$	0,370 855
6	1,40	$2333,33 \cdot 10^{-4}$	$10,74 \cdot 10^{-4}$	$2314,07 \cdot 10^{-4}$	0,443	0,524	0,443	0,081	$1920,95 \cdot 10^{-4}$	$320,158\,333 \cdot 10^{-4}$	$2,816\,365 \cdot 10^{-4}$	$0,865\,954 \cdot 10^{-4}$	$323,044\,840 \cdot 10^{-4}$	0,309 554
Quer- schnitt	mit Vorspannstahl													
	F_v	F_{st}	F'_i	$\sigma_{y_{st}}$	a'	J_v	J_{st}	S'_i	J'_i	$\frac{1}{n} \frac{J_b}{J_{st}} = q'$	κ'_1	κ'_2	$\frac{J_c}{J'_i}$	
	m^2	m^2	m^2	m	m	m^4	m^4	m^3	m^4					
1—4	$79,65 \cdot 10^{-4}$	$90,39 \cdot 10^{-4}$	$1757,06 \cdot 10^{-4}$	0,984	0,644	$0,191\,160 \cdot 10^{-4}$	$5,933\,203 \cdot 10^{-4}$	$55,216\,551 \cdot 10^{-4}$	$244,380\,995 \cdot 10^{-4}$	34,195 414	0,006 012 395	0,207 734 185	0,409 197	
8—10	$159,30 \cdot 10^{-4}$	$170,04 \cdot 10^{-4}$	$2170,04 \cdot 10^{-4}$	0,125	—0,275	$0,143\,370 \cdot 10^{-4}$	$4,503\,574 \cdot 10^{-4}$	$43,096\,901 \cdot 10^{-4}$	$283,021\,889 \cdot 10^{-4}$	59,212 231	0,010 161 685	0,122 702 886	0,353 330	
5,7	$159,30 \cdot 10^{-4}$	$170,04 \cdot 10^{-4}$	$2170,04 \cdot 10^{-4}$	0,125	—0,318	$0,143\,370 \cdot 10^{-4}$	$4,503\,574 \cdot 10^{-4}$	$50,399\,861 \cdot 10^{-4}$	$340,698\,063 \cdot 10^{-4}$	71,089 835	0,007 652 195	0,177 338 095	0,293 523	
6	$159,30 \cdot 10^{-4}$	$170,04 \cdot 10^{-4}$	$2503,37 \cdot 10^{-4}$	0,125										
Quer- schnitt	Beton		schlafte Bewehrung		schlafte Bewehrung und Vorspannstahl									
	W_b^o	W_b^u	W_e^o	W_e^u	W_{st}^o	W_{st}^u	W_{st}^v							
	cm^3	cm^3	cm^3	cm^3	cm^3	cm^3	cm^3							
1—4	358 038	141 550	570,1	449,1	621,9	3574,2	4708,9							
8—10	433 623	253 758	570,1	449,1	4740,6	439,4	8188,3							
6	433 623	253 758	570,1	449,1	4740,6	439,4	8188,3							

Tafel 3

Pkt.	1	2	3	4	5	6	7	8
	$V_{M_t=0}$	$G_{M_t=0}$	$M_{t=0}$ (2) + (3)	$N_{t=0} = V$	$M_{b,0}^*$	$M_{N_b,0}$	$N_{N_b,0}$	$N_{b,0}^*$ (6) + (7)
Gleichung	(5)	(5)	(5)	(5)	(2)	(2)	(3)	(3)
	t · m	t · m	t · m	t	t · m	t	t	t
3	— 197,442	+ 107,473	— 89,969	— 360,0	— 88,582	— 0,857	+ 357,695	+ 356,820
4	— 178,176	+ 23,298	— 154,878	— 360,0	— 152,490	— 1,476	+ 357,695	+ 356,219
5r	+ 313,051	— 120,878	+ 192,173	— 720,0	+ 190,049	+ 0,944	+ 716,154	+ 717,098
6	+ 362,559	— 325,053	+ 37,506	— 720,0	+ 37,171	+ 0,101	+ 716,701	+ 716,802
10	— 139,641	+ 154,947	+ 15,306	— 360,0	+ 15,070	+ 0,146	+ 357,695	+ 357,841

Tafel 4

	1	2	3	4	5	6
Feld	$\frac{J_c}{J_{st(n)}}$ $\cdot (2M_{1(n)} + M_{1(n+1)})$	$\frac{J_c}{J_{st(n+1)}}$ $\cdot (2M_{1(n+1)} + M_{1(n)})$	$M'_{o, st, t(n)}$	$M'_{o, st, t(n+1)}$	(1) · (3)	(2) · (4)
			t · m	t · m		
3—4	28,090 511	30,899 550	— 2,643 790	— 6,369 401	— 74,265 412	— 196,811 625
5—6	59,212 239	62,912 989	+ 6,183 606	— 0,419 727	+ 366,145 156	— 26,406 280
9—10	50,562 909	50,562 909	+ 1,677 035	+ 3,398 978	+ 84,795 768	+ 171,862 215
$\sum_{o=10}^{10}$					+ 314,633 086	+ 537,221 159

Aus der genauen Rechnung nach Abschnitt 4 ergibt sich.
für $\varphi_n = 3,0$: $X'_{1,t} = -31,575 \text{ tm}$.

Somit ist aus (68):

$$\nu_1 = \frac{X'_{1,t}}{(X'_{1,t})} = \frac{31,575}{63,154} = 0,500.$$

Den gleichen Wert erhält man aus (69a) zu:

$$\nu_1 = -0,08 \cdot 3,0 + 0,74 = 0,50,$$

so daß die wesentlich einfachere Näherungsberechnung den vollkommen gleichen Wert liefert.

Die genaue Berechnung wurde sowohl für die einzelnen Belastungszustände, wie ständige Last, Vorspannung und Schwinden getrennt durchgeführt, als auch für die Summe aller dieser drei Zustände. Die q' -Werte und M'_{11} -Werte wurden hierbei für $\varphi_t = 0$, $\varphi_t = 1$, $\varphi_t = 2$ und $\varphi_t = 3$ berechnet und hieraus mittels numerischer Integration die $X'_{1,t}$ -Werte erhalten. Alle diese Werte sind in Bild 12 und 13 eingetragen, so daß man den Einfluß der einzelnen Zustände genau erkennen kann. Wesentlich ist hierbei, daß sowohl für die Einzelzustände, als auch für den Gesamtzustand die $X'_{1,t}$ -Werte geradlinig dem Endwert zustreben, so daß die dieser Theorie zugrunde gelegte Gleichung (39) vollkommen zu Recht besteht.

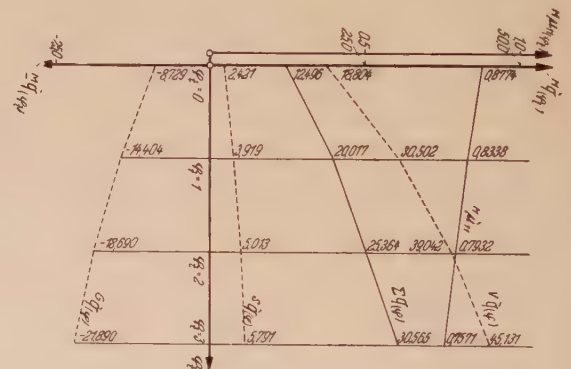


Bild 12.

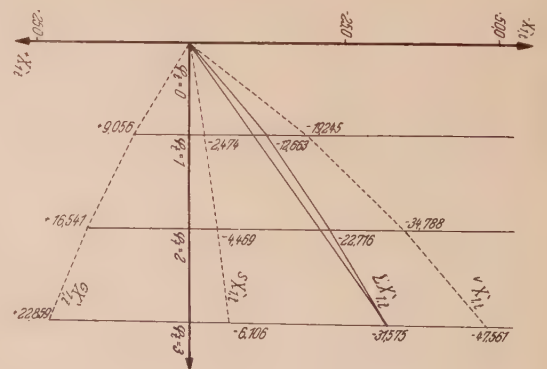


Bild 13.

sind nur noch die Spannungen zu berechnen, deren Ermittlung an beiden Punkte 6 und 10 gezeigt wird.

Schnitt 10:

Stand zur Zeit $t = 0$.

Moment $M_{t=0} = +15,306 \text{ tm}$

Kraft $N_{t=0} = -360,0 \text{ t}$

(2) und (3) ergeben sich die Verteilungskräfte und Momente zu:

$M_{s,0} = 15,070 \text{ tm}$; $M_{M,0} = 0,209 \text{ tm}$; $M_{N,0} = 0,146 \text{ t}$

$N_{s,0} = 357,695 \text{ t}$; $N_{M,0} = 2,305 \text{ t}$

omit:
 $M_{s,0} = 15,070 \text{ tm}$; $N_{s,0} = 357,841 \text{ t}$
 $M_{M,0} = 0,209 \text{ tm}$; $N_{M,0} = -2,159 \text{ t}$; $N_{N,0} = 360,0 \text{ t}$

zugehörigen Spannungen betragen nach (4):

$\sigma_b = -39,99 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{b,0} = -25,13 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{e,0} = -0,238 \text{ t/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = -0,155 \text{ t/cm}^2$; $\sigma_{e,0} = +4,520 \text{ t/cm}^2$

Umlagerungskräfte- und Momente zu α .

se werden entweder nach (17a) bis (20a), zweckmäßig aber (26) bis (28) oder (30) bis (32) berechnet.

$M_{s,t} = -26,670 \text{ tm}$; $M'_{s,t} = +3,399 \text{ tm}$; $N'_{s,t} = +46,692 \text{ t}$

zugehörigen Spannungen man nach (21) zu:

$\sigma_b = -2,78 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_{b,0} = +23,51 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = +1,064 \text{ t/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = -0,422 \text{ t/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = -0,445 \text{ t/cm}^2$

Verteilungskräfte- und Momente aus $X'_{1,t}$.

$X'_{1,t} M_{(\varphi_n)} = -31,575 \text{ tm}$

sich nach (8) und (9):

$M_{s,t}(\varphi_n) = -26,214 \text{ tm}$

$M_{M,t}(\varphi_n) = -0,767 \text{ tm}$

$M_{N,t}(\varphi_n) = -7,134 \text{ t}$

zugehörigen Spannungen man nach (11) zu:

$\sigma_b = +8,03 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_{b,0} = -17,81 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = +0,044 \text{ t/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = -0,100 \text{ t/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = -0,095 \text{ t/cm}^2$

Umlagerungskräfte- und Momente zu γ .

se erhält man aus (41)

(4), wenn man nach (55)

$C_M = -31,575$ und

$\psi = 0$ einführt. Zweck-

wurden diese Werte aber

(70) für ein konstantes

ment $\psi \cdot X'_{1,t} M_{(\varphi_n)} = \psi \cdot$

$5,75) = -0,54 \cdot 31,575$

(26) bis (28) bzw. (30)

B) berechnet. Die Multi-

plikatoren sind gleich wie bei B).

erhält:

$M_{s,t}(\varphi_n) = -5,249 \text{ tm}$; $X'_{1,t} M'_{s,t}(\varphi_n) = -0,836 \text{ tm}$

$M_{M,t}(\varphi_n) = +6,853 \text{ t}$

nach (21) die Spannungen:

$\sigma_b = -0,78 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{b,0} = +4,40 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{e,0} = +0,058 \text{ t/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = -0,099 \text{ t/cm}^2$; $\sigma_{e,0} = -0,094 \text{ t/cm}^2$

h der genauen Rechnung schwankt ψ für die einzelnen Quer-
 te zwischen 0,51 und 0,55. Da es sich hier um kleine Werte
 lt, ist der Wert $\psi = 0,54$ vollkommen ausreichend.

..., sehr klein, kann auf die Berechnung der Spannungen nach δ)
 ganz verzichtet werden.

samtspannungen.

der Überlagerung der Zustände α), β), γ) und δ) ergeben sich
 samtspannungen nach Abschluß des Kriechens und Schwindens

$\sigma_{b,0} = -35,52 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{b,0} = -15,03 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{e,0} = -1,200 \text{ t/cm}^2$
 $\sigma_{e,0} = -0,776 \text{ t/cm}^2$; $\sigma_{e,0} = +3,886 \text{ t/cm}^2$

In Bild 14 sind diese Spannungen dargestellt, so daß man daraus
 den Einfluß der verschiedenen Einflüsse erkennen kann. Aus diesem
 Bild sind auch die Spannungen für den Punkt 6 über der Stütze
 zu ersehen.

Handelt es sich um einen Träger bei dem noch Verkehrslasten zu
 berücksichtigen sind, so müssen so große Betondruckspannungen
 vorhanden sein, daß nach dem Aufbringen der Verkehrslast keine
 Betonzugspannungen auftreten.

D. Zusammenfassung.

Berücksichtigt man die schlaffe Bewehrung, einschließlich Schwind-
 und Montagebewehrung, in der Berechnung, so bietet die Aufstellung
 der Lösungsgleichungen für Schwinden und Kriechen keine Schwierig-
 keiten. Für statisch bestimmte Konstruktionen werden einfache
 Näherungslösungen angegeben. Für statisch unbestimmte Konstruk-
 tionen werden unter der Annahme, daß die zeitabhängigen statisch
 unbestimmten Größen linear mit q anwachsen, ebenfalls genaue
 Lösungen angegeben. Diese Annahme wurde durch Zahlenbeispiele
 voll bestätigt. In Abschnitt 5 wird ein besonders einfaches Näherungs-

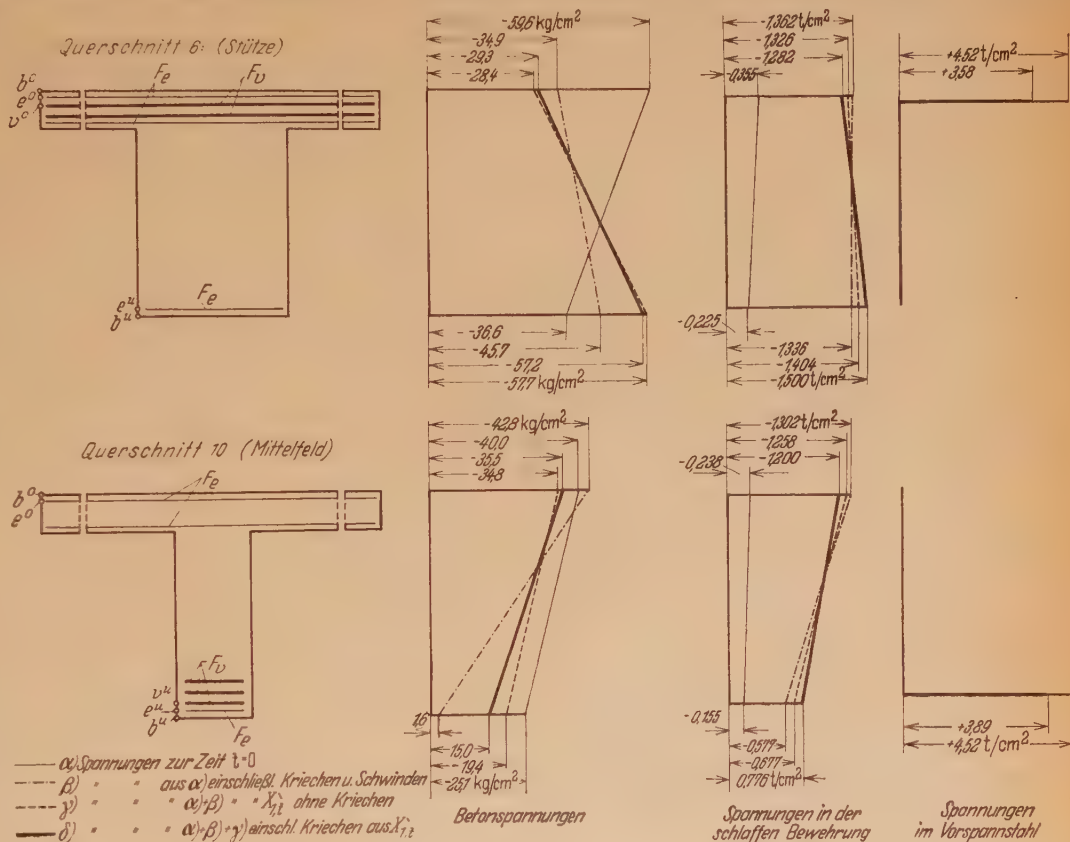


Bild 14.

verfahren für statisch unbestimmte Systeme angegeben, wobei zur
 Berechnung der zeitabhängigen Unbekannten nicht viel mehr
 Rechenaufwand erforderlich ist, als bei der Berechnung normaler
 statisch unbestimmter Größen ohne Kriechen und Schwinden.

In Zahlenbeispielen wird die einfache Durchführung der Berech-
 nung gezeigt. Man kann daraus die große Genauigkeit der Näherungs-
 berechnungen und außerdem die Auswirkungen verschiedener Ein-
 flüsse erkennen.

In Abschnitt B wird darauf hingewiesen, daß mit dem gezeigten
 Verfahren beliebige Verbundkonstruktionen, bei denen $\frac{1}{n} J_b$ gegen-
 über J_{st} nicht mehr vernachlässigbar ist, ebenfalls berechnet werden
 können.

Zum Schlusse sei meinen beiden Assistenten, den Herren Dipl.-Ing.
 K. Kunert und Dipl.-Ing. H. K. Bandel für ihre Mitarbeit bestens
 gedankt.

Über die Änderung der Druckfestigkeit des Betons bei Herabsetzung des Größtkornes.

Von Dr. phil. Kurt Seidel, Oberkassel/Siegkreis.

(Mitteilung aus dem Laboratorium der Bonner Portlandzementwerk-A. G.)

Bei Stahlbetonbauten ergibt sich oft die Notwendigkeit, die größte Korngröße im Beton, die gewöhnlich 30 mm beträgt, auf 15 oder gar auf 7 mm herabzusetzen. Es war zwar bekannt, daß diese Maßnahme, wenn die Mischung im übrigen die gleiche bleibt, Änderungen in der Druckfestigkeit des Beton hervorruft, aber eine genaue Kenntnis der Zusammenhänge fehlte bisher. Die vorliegende Arbeit soll eine Fortsetzung und Erweiterung der im September 1952 erschienenen Arbeit über die Abhängigkeit der Betondruckfestigkeit von der Kornzusammensetzung des Zuschlagstoffes¹⁾ mit dem üblichen Größtkorn von 30 mm sein. Sie wurde auf Anregung des Deutschen Beton-Vereins durchgeführt, weil die Erfahrungen aus der Praxis anscheinend mit den Ergebnissen von laboratoriums-

Zahlentafel 1.

Kornzusammensetzung der benutzten Kiessande.

Bezeichnung der Sieblinie	0—0,2 mm %	0,2—1 mm %	1—3 mm %	3—7 mm %	7—15 mm %	15—30 mm %
A	2	18	36	44	—	—
AD	1,5	12,5	22	26	38	—
D	1	7	14	18	23	37
D'	1	7	14	18	60	—
D''	1	7	14	78	—	—
B	15	25	32	28	—	—
BE	12	20	25	22	21	—
E	9	15	19	17	22	18
E'	9	15	19	17	40	—
E''	9	15	19	57	—	—
C	21	49	17	13	—	—
CF	19	44	15	12	10	—
F	17	39	14	10	12	8
F'	17	39	14	10	20	—
F''	17	39	14	30	—	—

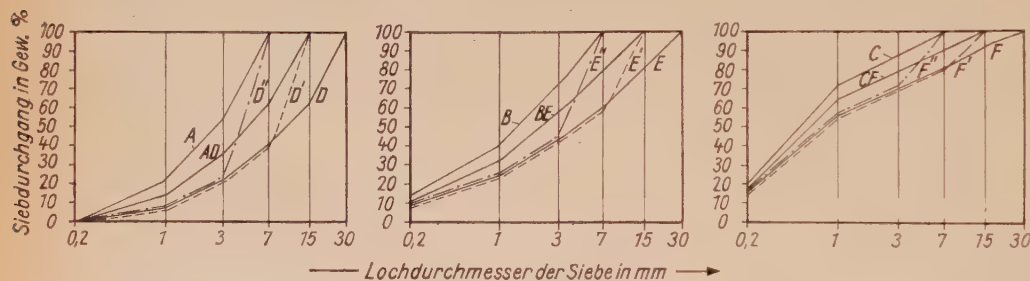


Bild 1. Siebkurven der Versuchskiesande. Ausgezogene Kurven: Stetiger Verlauf. Gestrichelt und strichpunktirt: Unstetig²⁾. Bis 7 mm Größtkorn: Kurven A und D', B und E'', C und F''; bis 15 mm Größtkorn: Kurven AD und D', BE und E', CF und F'.

mäßig hergestellten Betonwürfeln in Widerspruch standen. Auf der Baustelle wurde in vielen Fällen fast die gleiche Betongüte bei gleichem Zementgehalt erreicht, wenn man das Größtkorn von 30 auf 15 oder sogar auf 7 mm herabsetzte, während nach Versuchen im Laboratorium der Zementzusatz bei Verkleinerung des Größtkorns auf 15 mm um 30%, bei Verkleinerung auf 7 mm sogar um 50% gesteigert werden sollte. Es sah also so aus, als ob auf irgend-einer Seite ein Fehler stecken müsse. Im Verlaufe der Untersuchung stellte sich jedoch heraus, daß, je nachdem wie die Voraussetzungen gewählt werden, das eine oder das andere Ergebnis erhalten werden kann.

Wenn man stetige Sieblinien, d. s. solche, die bei linearer Teilung der Abszissenachse mit zunehmender Korngröße weniger ansteigen, als Bezugskurven wählt, so kann man auf zweierlei Art eine Begrenzung des Größtkornes durchführen. Entweder man läßt den unteren Teil der Kurve wie den der Bezugskurve und erhöht den Anteil der nächstniedrigen Korngruppe um den Anteil der nun wegzulassenden Korngruppe, oder man stellt eine neue stetige Kurve auf, die ähnlich der Bezugskurve verläuft und bei der nächstniedrigen Korngröße endet. Nach diesen beiden Möglichkeiten wurde bei den hier beschriebenen Untersuchungen verfahren. Als Bezugskurven wurden die Sieblinien D, E und F der Stahlbeton-

bestimmungen, DIN 1045, genommen. Da die Sieblinien A, B und C dem Bereich 0/7 mm der Kurven D, E und F ähnlich sind, konnten sie als stetige Kurven für diesen Bereich genommen werden. Es war also lediglich notwendig, für den Bereich 0/15 mm neue Kurven festzulegen. Sie wurden mit AD, BE und CF bezeichnet und sind — von belanglosen Abweichungen abgesehen — dem Bereich 0/15 mm der Kurven D, E, F ähnlich. Die unstetigen Kurven wurden aus den Kurven D, E und F entwickelt, indem die Korngruppen 15/30 mm bzw. 7/30 mm fortgelassen und die Korngruppen 7/15 mm bzw. 3/7 mm um ihren Anteil vergrößert wurden. Die Zahlentafel 1 gibt die Kornzusammensetzung sämtlicher Mischungen wieder, die in Bild 1 dargestellt sind. Die stetigen Kurven 0/15 mm wurden mit D', E' und F', die unstetigen 0/7 mm mit D'', E'' und F'' bezeichnet.

Die gewählten Mischungsverhältnisse bewegten sich zwischen 1 und 1:9 Gewichtsteilen, der Zementgehalt von 570 bis 200 kg/m³ Beton. In den Hauptversuchen wurde das Ausbreitmaß zwischen 42 und 45 cm gehalten, nur das Mischungsverhältnis 1:5 wurde auch bei einem Ausbreitmaß von 50 bis 52 cm geprüft, um festzustellen, ob bei flüssigerem Beton die Verhältnisse wesentlich anders liegen. Entsprechend diesen Festlegungen schwankte der Wasserzementwert. Die Festigkeitsergebnisse folgen in guter Übereinstimmung dem Wasser-Zementwert-Gesetz. Der Beton wurde in Würfeln von 10 cm Kantenlänge verarbeitet, in zwei Schichten eingebracht, gestocht und mit je 10 Stampfstoßen eines 2-kg-Holstampfers verdichtet. Die Würfel lagerten einen Tag in der Form bis zu 7 Tagen unter feuchten Säcken und anschließend bis zu dem Alter von 28 Tagen an der Luft in einem geschlossenen Raum.

Die Temperatur während der Anfertigung und der gesamten Lagerung betrug 18—20°. Als Zement wurde ein Portlandzement gewählt. Die Ergebnisse der Normenprüfung und die Analyse dieses Zementes sind in Zahlentafel 2 angegeben. Von jeder Betonmischung wurden Wasser- und Wasser-Zement-Verhältnis, Raum-

Zahlentafel 2.

Normenprüfung des verwendeten Zementes.

Wasserbedarf	26%	R/4900 M/S: 9,0%
Abbindebeginn	180 min.	R/900 M/S: 0,2%
Bindezeit	300 min.	Spez. Oberfl. nach Blaine: 3600 cm ² /g.

	Biegezugfestigkeit	Druckfestigkeit
3 Tg	40 kg/cm ²	184 kg/cm ²
7 Tg	57 kg/cm ²	299 kg/cm ²
28 Tg	71 kg/cm ²	450 kg/cm ²

Chemische Zusammensetzung

Glühverlust:	1,70%
Kieselsäure SiO ₂ :	19,60%
Tonerde Al ₂ O ₃ :	7,00%
Eisenoxyd Fe ₂ O ₃ :	3,70%
Kalk CaO:	62,31%
Magnesia MgO:	2,92%
Schwefelsäure SO ₃ :	2,23%
Rest (nicht bestimmt):	0,54%
Silikatmodul:	(SiO ₂ : (Al ₂ O ₃ + Fe ₂ O ₃)) = 1,83
Tonerdemodul:	(Al ₂ O ₃ : Fe ₂ O ₃) = 1,90
Kalksättigung:	(CaO: (2,8 SiO ₂ + 0,65 Fe ₂ O ₃ + 1,2 Al ₂ O ₃)) = 0,95

gewicht und Zementgehalt im Kubikmeter fertigen Betons bestimmt. Vor jeder Druckfestigkeitsprüfung wurde das Raumgewicht des Betons festgestellt.

Zahlentafel 3 zeigt die Betondaten und Druckfestigkeiten.

²⁾ Unter unstetigen Sieblinien sind in diesem Aufsatz ohne Rücksicht auf die mathematische Definition des Begriffes solche Kurven zu verstehen, die im Gegensatz zu den oben getroffenen Festlegung für stetige Kurven bei linearer Teilung der Abszissen einen Krümmungswechsel aufweisen.

¹⁾ Zement-Kalk-Gips 5 (1952), Heft 9, S. 292.

versuchsreihe. Das Ausbreitmaß betrug hier durchweg 42 cm. Das sonst nicht übliche Mischungsverhältnis 1 : 3 Gwtl., in der Versuchsreihe mit einbezogen, um den Verlauf der Festigkeiten bei sehr hohem Zementgehalt und begrenztem Größtkorn

Zahlentafel 3.

Daten für die Betonanfertigung und Druckfestigkeiten.

Ausbreitmaß 42/45 cm.

1. Mischungsverhältnis 1 : 3

W/Z	Raumgewicht des frischen verdichteten Betons	Zementgehalt im m³ Beton	nach 7 Tagen		nach 28 Tagen	
			Raumgew.	Druckfestigkeit	Raumgew.	Druckfestigkeit
0,44	2,38	536	2,38	403 (76)	2,33	495 (77)
0,38	2,43	555	2,43	416 (79)	2,36	580 (90)
0,33	2,46	568	2,46	530 (100)	2,40	645 (100)
0,36	2,44	560	2,44	454 (86)	2,38	590 (92)
0,40	2,40	545	2,40	420 (79)	2,34	537 (83)
0,47	2,31	516	2,31	330 (86)	2,23	434 (82)
0,43	2,35	530	2,35	353 (92)	2,31	483 (91)
0,39	2,39	544	2,39	383 (100)	2,35	530 (100)
0,41	2,37	538	2,37	383 (100)	2,31	505 (95)
0,42	2,36	532	2,35	362 (95)	2,31	480 (91)
0,62	2,20	476	2,20	177 (74)	2,10	274 (78)
0,55	2,24	492	2,22	205 (87)	2,16	307 (87)
0,52	2,26	500	2,26	238 (100)	2,20	353 (100)
0,53	2,25	497	2,24	230 (97)	2,20	347 (98)
0,53	2,24	494	2,22	225 (95)	2,17	340 (96)

2. Mischungsverhältnis 1 : 5

0,67	2,34	350	2,34	160 (45)	2,27	335 (63)
0,54	2,41	370	2,42	266 (74)	2,35	443 (84)
0,45	2,49	386	2,47	358 (100)	2,43	530 (100)
0,49	2,45	378	2,45	269 (75)	2,39	474 (90)
0,57	2,36	360	2,34	178 (50)	2,29	400 (76)
0,78	2,25	332	2,26	151 (60)	2,18	284 (71)
0,70	2,31	345	2,34	192 (76)	2,26	350 (88)
0,54	2,39	365	2,41	254 (100)	2,36	400 (100)
0,60	2,35	356	2,39	229 (90)	2,33	387 (97)
0,63	2,35	355	2,37	210 (83)	2,29	360 (90)
1,00	2,13	305	2,14	84 (65)	2,01	163 (75)
0,90	2,19	318	2,16	107 (82)	2,03	186 (86)
0,84	2,21	324	2,24	130 (100)	2,13	217 (100)
0,84	2,20	322	2,24	126 (97)	2,13	215 (99)
0,88	2,20	320	2,23	117 (90)	2,09	210 (97)

3. Mischungsverhältnis 1 : 7

0,90	2,30	258	2,28	83 (33)	2,20	160 (45)
0,70	2,36	271	2,37	158 (63)	2,29	255 (72)
0,56	2,43	284	2,41	251 (100)	2,38	354 (100)
0,59	2,32	270	2,30	184* (73)	2,22	280* (79)
0,70	2,28	262	2,24	130* (52)	2,12	194* (55)
1,06	2,23	246	2,21	75 (51)	2,08	146 (51)
0,91	2,32	260	2,31	102 (69)	2,21	220 (77)
0,74	2,40	275	2,39	148 (100)	2,28	285 (100)
0,78	2,37	270	2,37	125 (85)	2,27	260 (91)
0,80	2,36	268	2,36	110 (74)	2,27	240 (84)
1,45	2,16	229	2,14	42 (75)	1,98	80 (73)
1,24	2,20	238	2,19	48 (86)	2,02	95 (86)
1,17	2,24	244	2,24	56 (100)	2,07	106 (100)
1,18	2,23	243	2,23	54 (97)	2,07	104 (95)
1,19	2,22	242	2,21	50 (89)	2,04	100 (91)

Mittel der eingeklammerten Zahlen:

57	B	67	C	73
76	BE	82	CF	86
100	E	100	F	100
82	E'	93	F'	97
66	E''	86	F''	93

er Beton dieser Mischungen enthielt so wenig Feinanteil und war in seiner Kornzusammensetzung so ungünstig, daß er sich mit den angewandten Mitteln nicht zu einer ebenen Oberfläche verdichten ließ.

festzulegen. Auch sollte auf diesem Wege die Frage ent-
en werden, ob bei Steigerung des Zementgehaltes über
g/m³ Beton eine wesentliche Festigkeitssteigerung zu er-
n ist.

s Zahlentafel 3 für Beton mit Ausbreitmaß von 42 bis 45 cm
ersehen:

er Zementbedarf für die Betone der stetigen Sieblinien mit
grenztem Größtkorn weicht von dem der Betone der Bezugs-
blinien mehr ab als der Zementbedarf für die Betone der
stetigen Sieblinien, also z. B. A mehr als D'' (Größtkorn
mm) und AD mehr als D' (Größtkorn 15 mm) von D (Größt-
rn 30 mm).

er das Raumgewicht und den Wert W/Z (Wasser-Zement-
ert) gilt das gleiche wie für die Zementgehalte.

e 7-Tage-Druckfestigkeiten verhalten sich untereinander ähn-
a wie die 28-Tage-Druckfestigkeiten.

e Betone der Bezugskurven D, E und F geben ausnahmslos
here Festigkeiten als die Betone mit begrenztem Größtkorn.
e Festigkeiten der Betone mit unstetigen Kornzusammen-

setzungen und begrenztem Größtkorn liegen sämtlich über
denjenigen der entsprechenden Betone mit stetiger Kornzusam-
mensetzung.

6. Die Festigkeitsunterschiede beim Zurückgehen auf 15 und 7 mm
sind je nach der Kornzusammensetzung der Bezugssieblinie ver-
schieden; sie sind bei Sieblinie D, D' und D'' am größten;
werden geringer bei E, E' und E'' und sind am niedrigsten bei
F, F' und F''.

Die eingeklammerten Zahlen in Zahlentafel 3 entstanden so, daß
die Druckfestigkeit der Betone der Bezugskurven D, E und F gleich
100 gesetzt wurden. Für jede Sieblinie wurde aus den so errech-
neten Werten das Mittel gebildet. Das Bild 2 gibt die erhaltenen

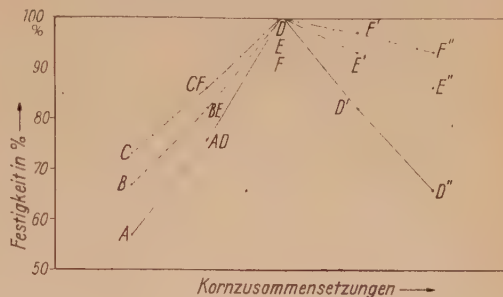


Bild 2. Beton mit Ausbreitmaß 42 bis 45 cm. Änderung der Festigkeit bei Übergang von
30 mm auf 15 bzw. 7 mm Größtkorn für verschiedene Kornzusammensetzungen.

Mittelwerte wieder und zeigt deutlich die oben unter 6 geschild-
erten Verhältnisse.

Aus Bild 1 wird auch die Ursache dieses unterschiedlichen
Verhaltens offenbar: Während zwischen der Sieblinie D und den
vier anderen zugehörigen Sieblinien mit begrenztem Größtkorn en-
hebliche Unterschiede zu verzeichnen sind, die sich natürlich auch
in den Festigkeiten widerspiegeln, werden die Unterschiede bei E
schon geringer und fallen bei F kaum mehr ins Gewicht.

Wie aus der Zahlentafel 4 zu ersehen ist, ändern sich diese Ver-

Zahlentafel 4.

Daten für die Betonanfertigung und Druckfestigkeiten.

Ausbreitmaß 50/52 cm.

Mischungsverhältnis 1 : 5

Sieb- linie	W/Z	Raumgewicht des frischen verdichteten Betons	Zement- gehalt im m³ Beton	nach 7 Tagen		nach 28 Tagen	
				Raum- gew.	Druck- festig- keit	Raum- gew.	Druck- festig- keit
A	0,78	2,27	335	2,30	91	2,22	230 (49)
AD	0,63	2,40	362	2,38	133	2,30	305 (65)
D	0,50	2,45	377	2,45	283	2,41	467 (100)
D'	0,53	2,40	368	2,44	219	2,37	417 (89)
D''	0,63	2,29	346	2,33	133	2,25	306 (66)
B	0,85	2,20	321	2,23	76	2,10	174 (53)
BE	0,75	2,31	342	2,32	121	2,24	263 (81)
E	0,60	2,36	358	2,36	171	2,29	326 (100)
E'	0,63	2,35	354	2,35	168	2,28	289 (89)
E''	0,68	2,29	344	2,32	132	2,32	270 (83)
C	1,05	2,14	304	2,16	53	2,02	126 (72)
CF	0,93	2,21	319	2,21	62	2,06	139 (80)
F	0,88	2,26	329	2,26	82	2,15	174 (100)
F'	0,89	2,24	326	2,25	78	2,13	168 (97)
F''	0,90	2,24	325	2,25	76	2,11	162 (93)

Ausbreitmaß 42/45 cm.

Mischungsverhältnis 1 : 9

B	1,63	2,23	191	2,19	23	2,06	63 (38)
BE	1,20	2,30	206	2,27	52	2,16	104 (62)
E	0,96	2,37	216	2,38	92	2,27	167 (100)
E'	1,07	2,36	214	2,34	90	2,25	164 (98)
E''	1,12	2,30	206	2,30	81	2,19	150 (90)

hältnisse weder bei höherem Wasserzusatz noch bei sehr mageren
Mischungen wesentlich. Innerhalb der Versuchsreihe mit Sieblinie
D als Bezugskurve ist eine deutliche Steigerung der Unterschiede in
den Festigkeiten nach zementärmeren Mischungen hin zu beob-
achten; auch bei der Versuchsreihe mit Sieblinie E ist diese Ab-
hängigkeit noch sichtbar, während bei F die Unterschiede so ge-
ring werden, daß sie bereits innerhalb der Fehlergrenze der
Prüfungen liegen.

Bei den Versuchen zeigte sich weiter, daß ein Zurückgehen auf
15 bzw. 7 mm bei Sieblinie D unter Benutzung der unstetigen Sieb-
linien D' und D'' bei Mischungsverhältnissen von 1 : 7 Gewichts-

teilen und magerer bei einem Ausbreitmaß von 42 bis 45 cm und normaler Verdichtungsmöglichkeit ohne Rüttler nicht ratsam ist, da bei solchen Mischungen eine geschlossene Oberfläche infolge der schweren Verarbeitbarkeit kaum zu erzielen ist. Aus diesem Grunde

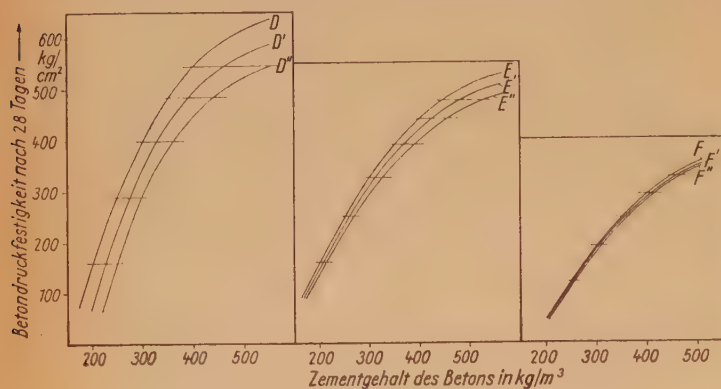


Bild 3. Änderung des Zementbedarfs für gleichbleibende Festigkeit bei Ersatz der Korngruppe 15/30 mm durch Korn 7/15 mm bzw. Ersatz von 7/30 mm durch 3/7 mm. Der restliche Zuschlagstoff bleibt unverändert.

konnten auch für das Mischungsverhältnis 1:9 Gewichtsteile bei Sieblinie D keine Vergleichsversuche durchgeführt werden.

Für Sieblinie F werden die Festigkeiten für das Mischungsverhältnis 1:9 so gering, daß es aus diesem Grunde unterlassen wurde, die Versuchsreihe durchzuführen.

Nach den vorliegenden Ergebnissen kann nicht eine für alle Sieblinien gültige allgemeine Beziehung aufgestellt werden, nach welcher der Zementgehalt oder das Mischungsverhältnis ausgerechnet werden könnte, das notwendig ist, um die Druckfestigkeit gleich zu halten, wenn man von 30 mm Größtkorn auf 15 oder 7 mm heruntergeht; vielmehr muß für jede Bezugssieblinie die Abhängigkeit der Druckfestigkeit vom Größtkorn festgestellt werden.

In den Zahlentafeln 5 und 6 sind, abgeleitet aus den Bildern 3 und 4, für die Betone mit den unstetigen Sieblinien die bei Begrenzung des Größtkornes zur Erzielung gleichbleibender Druckfestigkeit anzuwendenden Mischungsverhältnisse und Zementgehalte für die verschiedenen Sieblinien mitgeteilt. Die geringsten Schwierigkeiten wird man haben, wenn man in der Nähe der Sieblinie F arbeitet; hier wirkt sich die Begrenzung des Größtkornes fast gar nicht aus. Diejenigen Bauunternehmer, die keine Festigkeitsrückgänge bei der Begrenzung des Größtkornes gefunden haben, werden also mit großer Wahrscheinlichkeit zum mindesten nicht im besonders guten, sondern höchstens im brauchbaren Gebiet zwischen Sieblinie E und F gearbeitet haben.

Zahlentafel 5.

Änderung des Zementbedarfs für gleichbleibende Festigkeit bei Abzug des Kornes 15/30 mm und Ersatz durch Korn 7/15 mm (entsprechend Abzug 7/30 mm und Ersatz durch 3/7 mm). Der restliche Zuschlagstoff bleibt unverändert.

Zementgehalt bei 30 mm Größtkorn (D, E, F)	D'	Erforderliche Zementgehalte für D''	E'	E''	F'	F''
200 kg/m³	225	250	207	215	205	210
250 kg/m³	275	300	260	270	255	260
300 kg/m³	330	365	315	330	305	310
350 kg/m³	390	445	370	390	357	365
400 kg/m³	460	550	425	455	407	415

Zahlentafel 6.

Änderung des Mischungsverhältnisses für gleichbleibende Festigkeit bei Ersatz der Korngröße 15/30 mm durch Korn 7/15 mm bzw. Ersatz von 7/30 mm durch 3/7 mm. Der restliche Zuschlagstoff bleibt unverändert.

Mischungsverhältnis bei 30 mm Größtkorn (D, E, F)	D'	Erforderliche Mischungsverhältnisse für D''	E'	E''	F'	F''
1:9 Gewtl.	1:8,4	1:7,7	1:8,6	1:8,2	1:8,8	1:8,7
1:8 Gewtl.	1:7,4	1:6,6	1:7,6	1:7,2	1:7,8	1:7,7
1:7 Gewtl.	1:6,4	1:5,6	1:6,7	1:6,2	1:6,9	1:6,8
1:6 Gewtl.	1:5,4	1:4,4	1:5,7	1:5,2	1:5,9	1:5,8
1:5 Gewtl.	1:4,1	1:3,0	1:4,7	1:4,2	1:4,9	1:4,8

Aus den mitgeteilten Daten lassen sich unschwer die Abhängigkeiten für Betone mit zwischen den hier betrachteten Sieblinien liegenden, ähnlich gestalteten Sieblinien ableiten. Dabei muß betont werden, daß die mitgeteilten Werte nur für natürlich gekörnt

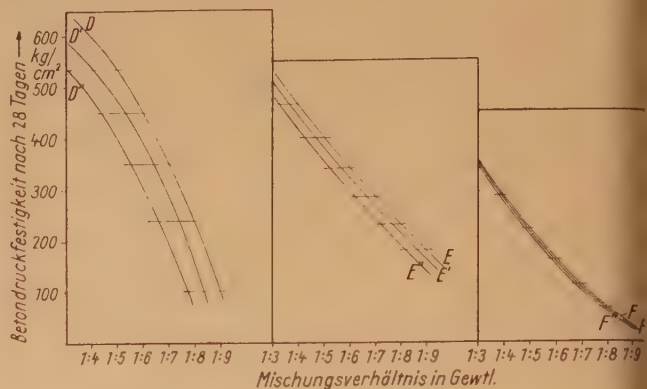


Bild 4. Änderung des Mischungsverhältnisses für gleichbleibende Festigkeit bei Ersatz der Korngruppe 15/30 mm durch Korn 7/15 mm bzw. Ersatz von 7/30 mm durch 3/7 mm. Der restliche Zuschlagstoff bleibt unverändert.

Zuschlagstoffe mit günstiger Kornform, bei einem Ausbreitmaß von 42/45 cm und unter den mitgeteilten Aufertigungsverhältnissen gelten.

Die Frage, wie lange es noch sinnvoll ist, den Zementgehalt zur Erhöhung der Druckfestigkeit eines Betons zu steigern, kann für die hier verwendeten Stoffe dahingehend beantwortet werden, daß bei einer Erhöhung von 400 auf 500 kg Zement/m³ Beton mit einem

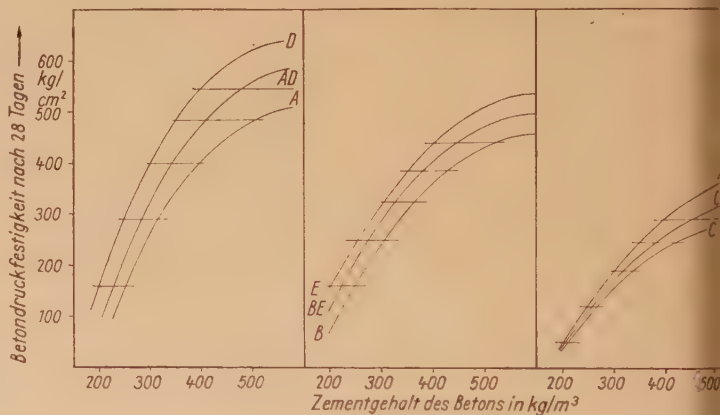


Bild 5. Änderung des Zementbedarfs für gleichbleibende Festigkeit beim Abzug des Kornes 15/30 bzw. 7/30 mm. Der Rest des Zuschlagstoffes bleibt unverändert.

Druckfestigkeitssteigerung zwischen 60 und 80 kg/cm² gerechnet werden kann, während im Bereich zwischen 250 und 350 kg Zementgehalt/m³ Beton mit etwa dem doppelten Festigkeitszuwachs (10 bis 180 kg/cm²) zu rechnen ist. Demnach kann zwischen 500 und

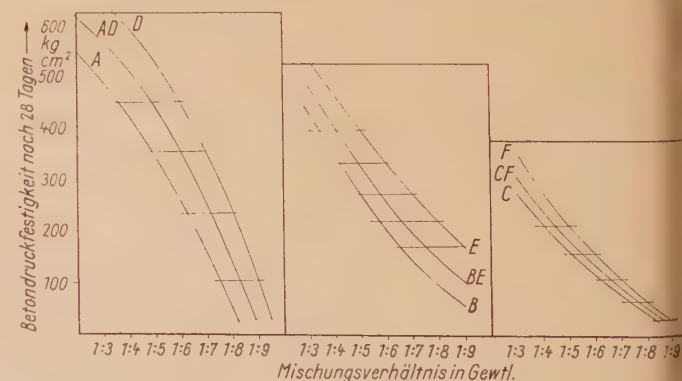


Bild 6. Änderung des Mischungsverhältnisses für gleichbleibende Festigkeit beim Abzug des Kornes 15/30 bzw. 7/30 mm. Der restliche Zuschlagstoff bleibt unverändert.

Bild 2. Idealisierte Spannungsdehnungslinien des Betons und des Stahles.

Die letzte Annahme wird abweichend vom klassischen linearen Gesetz zwischen Spannungen und Kriechdehnungen gemacht. Sie ist berechtigt, weil sonst die Bernoullische Annahme vom Ebenbleiben der Querschnitte wegen der nicht-linearen Spannungsverteilung fallen gelassen werden müßte. Die Kriechzahl φ ist gemäß Bild 3 als Verhältnis von Kriechdehnung zu Augenblicksdehnung definiert.

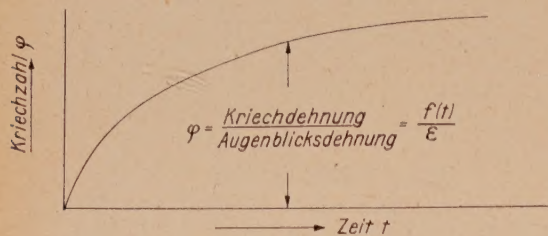
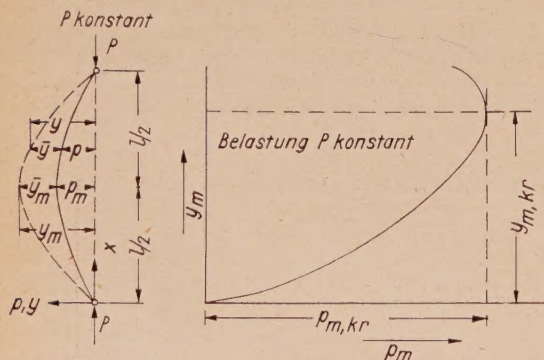


Bild 3. Kriechgesetz.

2. Grundlagen der Theorie.

Für den Augenblick des Aufbringens der Dauerlast (Zeitpunkt t_0) auf den von Haus aus krummen Stab aus Baustoffen mit gekrümmter Spannungsdehnungslinie wurde das Wesen des vorliegenden Gleichgewichtsproblems von v. Kármán, Chwalla, Baumann und Habel bis zu einem gewissen Grade geklärt. Der Untersuchungsgang bis zur Gewinnung der Knickspannungslinien $\sigma_K = f(\lambda)$ im Augenblick des Aufbringens der Dauerlast möge deshalb als bekannt vorausgesetzt werden. Das für die vorliegenden Untersuchungen benutzte Verfahren wurde in Anlehnung an eine strenge Lösung des Knickproblems krummer Baustahlstäbe von Chwalla für die Besonderheiten des Stahlbetons ausgearbeitet⁴⁾.

Man erhält als erstes Rechenergebnis die in Bild 4 beispielsweise

Bild 4. Zusammenhang zwischen der Gesamtablenkung y_m und der von Haus aus vorhandenen Abweichung p_m der Stabachse von der Geraden in Stabmitte.

für die Stelle $x = l/2$ dargestellte nicht lineare Beziehung $y_m = f(p_m)$ zwischen der Gesamtablenkung y_m und der von Haus aus vorhandenen Abweichung p_m der Stabachse von der geraden Stabform. Die Biegelinie des ausgebeugenen Stabes $\bar{y} = f(x)$ und die von Haus aus krumme Achse $p = f(x)$ sind gemäß 1.1 affin. Ihre Ordinaten mögen durch die Beziehung

$$y = \bar{y} + p = \bar{y} \cdot v_{(y)} \quad (1)$$

miteinander gekoppelt sein. Da der Zusammenhang zwischen y und p nach Bild 4 bekannt ist, kann die Funktion $v_{(y)}$ ohne großen Rechenaufwand ermittelt werden. Aus Gleichung (1) folgt als Beziehung zwischen der gesamten Abweichung y von der geraden Stabform und der von Haus aus vorhandenen Ausbiegung p :

$$y = \frac{v_{(y)}}{v_{(y)} - 1} \cdot p \quad (2)$$

Unter Voraussetzung linearer Spannungsdehnungsgesetze würde $v_{(y)}$ von der Ausbiegung y unabhängig werden und in die Eulersche Knicksicherheit $v = P_K/P$ übergehen. Für das dann gültige Hookesche Gesetz wurde Gleichung (2) von Dischinger hergeleitet und zur Berechnung der Kriechverformungen krummer Stäbe mit Erfolg benutzt. In unserem Falle ist $v_{(y)}$ dagegen mit y veränderlich und mit dem in der Elastostatik üblichen Begriff der Knicksicherheit nicht mehr identisch.

⁴⁾ Chwalla, Theorie des außermittig gedrückten Stabes aus Baustahl, Der Stahlbau 7 (1934), Heft 21, 22, S. 161 und 173. Das Tragvermögen gedrückter Baustahlstäbe mit krummer Achse und zusätzlicher Querbelastung, Der Stahlbau 8 (1935), S. 43.

Gleichung (2) gilt für den Zeitpunkt t_0 , in dem die Dauerlast angebracht wird. Bis zum Zeitpunkt t erleidet der Stab aber eine weitere und zwar zuerst eine plastische Verformung durch das Kriechen des Betons, wobei auch seine Durchbiegung anwächst (würden wir den Stab im Zeitpunkt t entlasten, so wäre die von Haus aus vorhandene Achsausbiegung p_{t_0} um diesen plastischen Kriechanteil größer geworden). Im Zeitpunkt t haben wir also einen Stab vor uns, dessen von Haus aus vorhandene Ausbiegung p_{t_0} um einen Betrag Δp angewachsen ist. Dieser Zuwachs an bleibender Ausbiegung erzeugt zu dem zweiten Anteil eine zusätzliche elastische Ausbiegung, die ihrerseits im nächsten Zeitintervall die plastische Ausbiegung beeinflusst. Werden jetzt mit y wiederum die gesamten von der Geraden aus gemessenen Ausbiegungen der Stabachse, mit p aber der bleibende Teil davon, d. h. die plastischen Anteile einschließlich der Anfangsausbiegung bezeichnet, so ergibt sich die Differentialgleichung für die Gesamtausbiegung y durch Differenzieren von Gleichung (2) nach der Zeit in der Form:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{v_{(y)}}{v_{(y)} - 1} \frac{dp}{dt} + \frac{d\left(\frac{v_{(y)}}{v_{(y)} - 1}\right)}{dt} \cdot p \quad (3)$$

Da $v_{(y)}$ ebenso wie y mit der Zeit veränderlich ist, wird $\frac{dv_{(y)}}{dt} \neq 0$.

Die rechte Seite der Differentialgleichung setzt sich aus zwei Anteilen zusammen: Das linke Glied drückt aus, daß die Gesamtausbiegung bei einer plastischen Vergrößerung der Anfangsausbiegung um dp im gleichen Augenblick durch das neu erregte Moment P um $\frac{v_{(y)}}{v_{(y)} - 1} dp$ vergrößert wird. Gleichzeitig ändert sich auch das Glied $\frac{dv_{(y)}}{v_{(y)} - 1}$, wodurch der zweite Ausdruck auf der rechten Seite hervorgerufen wird.

Unter der Voraussetzung eines linearen Zusammenhanges zwischen Augenblicks- und Kriechdehnungen folgt entsprechend Bild 3 für die Dehnungen im Zeitpunkt t :

$$\epsilon_t = \epsilon + f(t) = \epsilon + \epsilon \cdot \varphi = \epsilon (1 + \varphi)$$

und im Zeitintervall dt :

$$\frac{d\epsilon_t}{dt} = \epsilon \frac{d\varphi}{dt} \quad (4)$$

Analog folgt für den plastischen Zuwachs der Stabausbiegung im Zeitintervall dt :

$$\frac{dp}{dt} = \bar{y} \frac{d\varphi}{dt} \quad (5)$$

Unter Benutzung der Gleichungen (1), (2) und (5) läßt sich die Differentialgleichung (3) wie folgt schreiben:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{v_{(y)} - 1} \cdot y \frac{d\varphi}{dt} + \frac{v_{(y)} - 1}{v_{(y)}} \cdot y \frac{d\left(\frac{v_{(y)}}{v_{(y)} - 1}\right)}{dt} \quad (6)$$

Ihre Lösung lautet

$$\varphi = \int_{y_{t_0}}^{y_t} \frac{v_{(y)} - 1}{y} dy - \int_{y_{t_0}}^{y_t} \frac{(v_{(y)} - 1)^2}{v_{(y)}} d\left(\frac{v_{(y)}}{v_{(y)} - 1}\right) \quad (7a)$$

oder bei Auflösung nach p

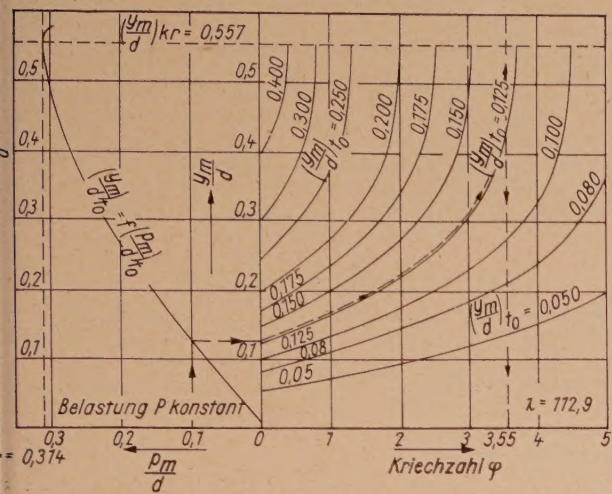
$$\varphi = \int_{p_{t_0}}^{p_t} \frac{1}{\bar{y}} dp \quad (7b)$$

Die Differentialgleichung für die zeitlich-plastischen Verformungen kann hiermit auf Quadraturen zurückgeführt werden.

3. Ergebnisse.

Wegen der Ungültigkeit des Hookeschen Gesetzes erhält man als Rechenergebnis nicht die einer bestimmten Kriechzahl φ zugeordnete Stabausbiegung, sondern umgekehrt, die einer bestimmten Stabausbiegung im Zeitpunkt t zugeordnete Kriechzahl φ . Es zeigt sich ferner, daß sich φ in der Stabmitte etwas größer als an den Stabenden ergibt. Dieses folgt zwangsläufig aus der vorausgesetzten Proportionalität zwischen Augenblicks- und Kriechverformungen und aus der Bedingung, daß plastisch gekrümmte und ausgebeugene

affin sein sollen. Beide Rechnungsannahmen lassen sich nur befriedigen, wenn man als Rechenergebnis eine von Stabmitte zu Stabenden etwas kleiner werdende Kriechzahl φ in Kauf nimmt. Die Schwankung liegt in der Größenordnung von 10%, was ausreicht, die Berechnung in dem für den Verformungs- und Kriechbereich der Stabmitte durchzuführen. Bild 5 zeigt die Darstellung des Rechenergebnisses für einen Stab



Darstellung der Stabausbiegung $\frac{y_m}{d}$ in Abhängigkeit von der anfänglichen Ausbiegung $\frac{p_m}{d}$ und der Kriechzahl φ für die konstante Spannung $\sigma_m = \frac{P}{b \cdot d} = 43,7 \text{ kg/cm}^2$ und die Schlankheit $\lambda = 112,9$.

kannter Schlankheit λ und einer konstanten mittleren Spannung $\sigma_m = \frac{P}{b \cdot d}$. Auf der linken Seite des Bildes ist die Kurve der Anfangsausbiegung p_m wie in Bild 4, nur anders herum, dargestellt. Damit ist der Anfangsausbiegungszustand des Stabes im Augenblick der Belastung (Zeit t_0) beschrieben. Der Anfangsausbiegung p_m ist die Gesamtausbiegung y_m im Zeitpunkt t_0 zugeordnet. Die rechte Kurvenfamilie ist nach den Parametern y_m, t_0 geordnet, und die rechte Bildhälfte liefert die gesuchte Abhängigkeit der Gesamtausbiegung von der Kriechzahl φ .

Erläuterung der Darstellung ist das Formänderungsverhalten des Stabes mit der anfänglichen Achsausbiegung $\frac{p_m}{d} = 0,1$ durch eine Beilinie kenntlich gemacht: Dem Wert $\frac{p_m}{d} = 0,1$ entspricht eine Gesamtausbiegung $\left(\frac{y_m}{d}\right)_{t_0} = 0,13$. Durch das Betonkriechen nimmt die Achsausbiegung langsam zu. Beträgt die Kriechzahl $\varphi = 1$, so ist $\frac{y_m}{d} = 0,17$. Bei $\varphi = 2$ ist $\frac{y_m}{d}$ auf 0,23 angewachsen und dem Wert $\varphi = 3$ ist $\frac{y_m}{d} = 0,314$ zugeordnet. Der Anfangsausbiegungszustand $\left(\frac{y_m}{d}\right)_{kr} = 0,557$ ist bei $\varphi = 3,55$ erreicht. Aus Bild 5 geht weiter hervor, daß die Stabausbiegungen durch das Betonkriechen auf ein Mehrfaches des Wertes im Zeitpunkt t_0 anwachsen können. Die praktische Bedeutung der mitgeteilten Untersuchungen sei an einem Beispiel erläutert:

Es möge die von Haus aus krumme Säule mit der mittleren Spannung $\sigma_m = \frac{P}{b \cdot d} = 43,7 \text{ kg/cm}^2$ und der Schlankheit $\lambda = 112,9$ bzw. $\frac{l}{d} = 32,6$ zu bemessen sein. Ferner werden Betongüte B 300, Betonstahl I und das Bewehrungsverhältnis $\mu = 0,01$ gewählt. Querschnittsform und Formänderungseigenschaften der Baustoffe gehen aus den Bildern 1 und 2 hervor. Nach DIN 1045 ist diese Säule bei einem Kriechhebel $p_m = 0,314 d$ gerade bis zur zulässigen oberen Grenze ausgenutzt, und es scheint nach der Vorschrift ausreichende Sicherheit gegen Bruch vorhanden zu sein. Demgegenüber liefern die vorliegenden Ergebnisse ein ganz anderes Bild. Nach Bild 5 herrscht bei dieser Säule bereits im Zeitpunkt t_0 Bruchgefahr. Nimmt man ferner an, daß im Falle unseres Beispiels eine Kriechzahl $\varphi = 3$ zu erwarten ist, und stellt mit Rücksicht auf die Bedingung $\sigma \leq \sigma_{zul}$ die Forderung, daß $\frac{y_m}{d}$ in jedem Falle kleiner als 0,314 sein muß, so ergibt sich an Hand von Bild 5 die zulässige Anfangsausbiegung $\frac{p_m}{d} = 0,1$. Das ist noch nicht einmal der dritte Teil des nach den zur Zeit gültigen Bestimmungen zulässigen Wertes $\frac{p_m}{d} = 0,314$. Es läßt sich in vielen anderen Fällen nachweisen, daß vorschriftsmäßig nach DIN 1045 bemessene Stahlbetonstäbe durch Kriechen zugrunde gehen können.

Diese Ergebnisse zeigen, daß die Knicksicherheit schlanker Stahlbetonsäulen erschreckend niedrig sein kann. Wenn bisher keine Schäden infolge Kriechknicken bekanntgeworden sind, so wird das darauf zurückzuführen sein, daß schlanke Stahlbetonstäbe in der Vergangenheit wenig ausgeführt wurden und meist nicht erfaßte zusätzliche Sicherheiten infolge Einspannungen an den Stabenden, steifer Anschlüsse, Erhöhung der Betonfestigkeit und des E -Moduls mit dem Alter und teilweiser Mitwirkung des Betons bei der Aufnahme von Zugspannungen vorhanden waren. Außerdem treten die Nutzlasten in vielen Fällen nicht in voller Höhe oder nur kurzzeitig auf. Dadurch wird das Betonkriechen für diesen Lastanteil nicht voll wirksam. Es ist ferner zu beachten, daß die Knickvorschriften in DIN 1045 und 4225 erst in neuerer Zeit in solchem Maße gemildert wurden, daß die hier nachgewiesenen Bedenken Bedeutung erlangen, und daß man heute mehr und mehr bestrebt ist, schlanke Stahlbetondruckglieder auszuführen.

Es ist zulässig, die vorliegenden Ergebnisse auf gerade ausmittig gedrückte Stäbe zu übertragen. Für Stahl hat Chwalla nachgewiesen, daß die Tragkraft gerader, ausmittig gedrückter Stäbe im Mittel etwa 4% kleiner ist als die krummer Stäbe, deren anfänglicher Biegepfad gleich der Kraftexzentrizität des geraden Stabes ist⁴⁾. Die Berechnung des Kriechinflusses ist für gerade ausmittig gedrückte Stäbe aus Stahlbeton noch nicht ausreichend geklärt. Man wird aber annehmen dürfen, daß auch hier die Tragfähigkeiten gerader und krummer Stäbe bei gleichen größten Kraftexzentrizitäten nicht mehr als im Mittel um etwa 4% von einander abweichen.

Auf Veranlassung von Prof. Dr.-Ing. K. Gaede, Technische Hochschule Hannover, der die Arbeit in dankenswerter Weise unterstützt und gefördert hat, werden die Untersuchungen zur Zeit soweit fortgeführt, daß an Hand der Knickspannungslinien für verschiedene Kriechzahlen φ ein ausreichender Überblick über die vorliegenden Verhältnisse gewonnen wird.

Vermischtes

Dr.-Ing. E. h. Karl Schächterle 75 Jahre.

Am 28. Januar 1954 vollendete Ministerialdirigent i. R. Professor Dr.-Ing. E. h. Karl Schächterle, Stuttgart-Bad Cannstatt, sein 75. Lebensjahr. Professor Schächterle ist schon vor vier Jahrzehnten dadurch bekanntgeworden, daß er sich mit Begeisterung und Hingabe für die Anwendung des Stahlbetons im Eisenbahnbau einsetzte und zwar auch unter Hauptbahngleisen eingesetzt hat, obwohl damals noch keine namhafte Verwaltungen noch große Bedenken dagegen hatten. Im Rahmen der Württembergischen Staatseisenbahnen konnte er seine reichen Erfahrungen sammeln und seine konstruktiven Ideen verwirklichen. Ein reger, fruchtbarer Gedankenaustausch mit ihm bald mit Prof. Dr.-Ing. E. h. Emil Mörsch, dem

inzwischen verstorbenen Meister der Theorie und Praxis des Eisenbetonbaus, und mit Prof. Dr.-Ing. E. h. Otto Graf, dem überlegenen Baustoffforscher. Als im Jahre 1927 die Arbeiten an der Norm DIN 1075 — Massive Brücken begannen, war es geradezu eine Selbstverständlichkeit, daß Prof. Schächterle den Auftrag erhielt, den ersten Entwurf dafür zu machen. In allen Fachausschüssen sicherte man sich seine Mitarbeit; denn er war stets bereit, die Entwicklung zu fördern und wußte andererseits die Grenzen der Erfahrung zu achten. Seine Berufung nach Berlin in die oberste Verwaltung der Reichsbahn war die dienstliche Anerkennung der führenden Stellung, die er sich als Brückenbauer schon lange erworben hatte. Ein noch viel größerer Wirkungskreis wurde ihm

schließlich anvertraut, als er in die Generalinspektion für das deutsche Straßenwesen versetzt wurde und dadurch maßgebenden Einfluß auf den Brückenbau der Reichsautobahnen erhielt. Hier hat Prof. Schaechterle bereitwillig die Verantwortung getragen, die sich aus der Größe der Aufgabe und der Notwendigkeit ergab, vielfach neue Wege zu beschreiten. Seine Leistungen auf wissenschaftlichem Gebiete fanden ihre Anerkennung in der Verleihung der Würde eines Doktoringenieurs ehrenhalber und in der Ernennung zum Professor. Der Deutsche Beton-Verein verlieh ihm im Jahre 1944 die Emil-Mörsch-Gedenkmünze, weil er die Stahlbetonbauweise in frühzeitiger Erkenntnis ihrer Eigenheiten und Vorzüge mit Erfolg auch für den Eisenbahnbrückenbau durchgesetzt und durch Steigerung der Ansprüche an Berechnung und Ausführung die Veranlassung zu einer wesentlichen Gütesteigerung gegeben hat. Das deutsche Schicksal hat auch den Jubilar schwer betroffen; aber unermüdet hat er trotz seines hohen Alters sich in den Dienst des Wiederaufbaus gestellt. Möge ihm noch ein ruhiger Lebensabend in Gesundheit beschieden sein.

Bornemann.

Prof. Dr.-Ing. habil. Hermann Craemer 60 Jahre.

Der zur Zeit am Punjab College of Engineering & Technology, Moghalpura, Lahore, Pakistan, tätige Prof. Dr.-Ing. Hermann Craemer konnte am 29. Januar dieses Jahres seinen sechzigsten Geburtstag begehen. Herr Prof. Dr. Craemer, der seinerzeit an der Technischen Hochschule Danzig das Diplom-Examen ablegte und im Jahre 1923 dort auch zum Dr.-Ing. promovierte, hat nach manchen Jahren praktischer Tätigkeit als Konstrukteur und Bürochef bei den Firmen Philipp Holzmann A.G., Dyckerhoff & Widmann K.G., sowie bei Leonhard Moll, München, usw. seine Lehrtätigkeit nebensächlich von 1925 bis 1934 in Form von Vorträgen beim Deutschen Zementbund, als Dozent für Baustatik an der Kunsthochschule Frankfurt a. M., und als Privatdozent an der Technischen Hochschule Darmstadt ausgeübt. Anschließend daran war er in den Jahren 1937 bis 1940 als Professor an der Hochschule für Baukunst in Weimar tätig, von 1940 bis 1946 war er ord. Professor für Stahlbeton an der Technischen Hochschule in Graz/Österreich, wo er auch Kurse in theoretischer Bodenmechanik usw. veranstaltete. Von 1949 bis Mitte 1953 war er als Professor für Baustatik an der Universität Alexandria/Ägypten (Unterrichtssprache Englisch) tätig. Herr Prof. Dr. H. Craemer ist Mitglied der Internationalen Vereinigung für Brücken- und Hochbau, sowie der Internat. Assoc. of University professors.

Herr Prof. Dr. Craemer, der in den Spalten dieser Zeitschrift öfter mit größeren Abhandlungen zu Worte gekommen ist, verfügt über ein langjähriges, reiches fachliches Wissen und wäre, wie er mir anlässlich eines Besuches im Sommer 1953 in Deutschland sagte, sehr an einer Professur an einer deutschen Technischen Hochschule interessiert. Wir wünschen ihm noch viele Jahre erfolgreicher Tätigkeit.

Studienreise der Bauindustrie nach USA und Canada Frühjahr 1954.

Vom 25. 3. bis 30. 4. 1954 findet erstmals nach dem Kriege wieder eine Studienreise für Angehörige aus der Bauindustrie und verwandter Zweige des Bauwesens nach Nordamerika statt, die in Verbindung mit dem Hauptverband der Deutschen Bauindustrie e. V. unternommen wird.

Die Reise führt über die wichtigsten Zentren der amerikanischen und kanadischen Wirtschaft und gibt Gelegenheit, die modernsten Methoden amerikanischer Bautechnik zu studieren. Sonderwünsche können im Rahmen des Möglichen berücksichtigt werden.

Für Aus- und Rückreise hat die Hapag die großen Passagierschiffe „Italia“ (deutsche Besatzung und deutsche Küche) und „Atlantic“ vorgesehen. Die Teilnahmekosten betragen DM 6150,—.

Auskünfte und Anmeldung erfolgen durch Hapag-Lloyd Reisebüro, Abt. Studienreisen, Frankfurt (M.), Friedrich-Ebert-Str. 14, T. 9 05 76.

Aus der Arbeit des Deutschen Normenausschusses (DNA).

Der Deutsche Normenausschuß berichtet laufend in den „DIN-Mitteilungen“ über seine Arbeiten. Die Dezember-Ausgabe 1953 enthält u. a. folgenden Normblatt-Entwurf:

DIN 1460 Transliteration kyrillischer Buchstaben (Dezember 1953).

Deutsche Normen in Fremdsprachen.

In dieser Aufstellung werden alle Deutschen Normen veröffentlicht, von denen Übersetzungen vorliegen, die vom Beuth-Vertrieb, Berlin W 15, als Fotokopien zu beziehen sind.

Auslandsnormen.

Eine Liste der für den Export wichtigsten Auslandsnormen, die vom Deutschen Normenausschuß gegen Erstattung der Selbstkosten beschafft werden können, schließt die umfangreiche Dezember-Ausgabe der „DIN-Mitteilungen“ ab.

Verzeichnis der DIN-Normen im Bauwesen.

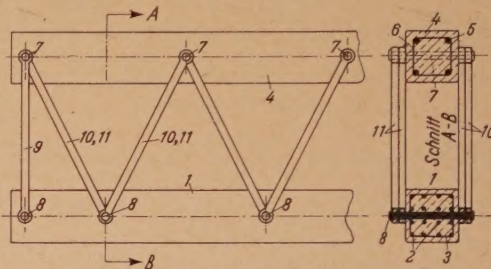
Im Beuth-Vertrieb ist soeben ein Verzeichnis aller Baunormen erschienen, in dem allgemeine sowie bautechnische Grundnormen, Maßgrundlagen, Planungsunterlagen, Berechnungsgrundlagen (Lastannahmen), Normen des Verdingungswesens, der Baustoffe und Fertigbauteile, des Bautenschutzes, der Geräte, Gerüste, Baumaschinen des Grund- und Rohbaues, des Ausbaues, des Hoch-, Ingenieur-, Industrie- und Straßenbaues, des ländlichen Bauwesens und des Kulturbauwesens aufgeführt sind. Darüber hinaus enthält dieses Verzeichnis — das an Interessenten kostenlos abgegeben wird — Normblätter und Entwürfe anderer Fachgebiete, die das Bauwesen betreffen.

Peters.

Patentschau

Fachwerk-Träger. Deutsches Patent Nr. 880 932, Klasse 37/ Gruppe 3/03 vom 11. August 1951. Erfinder und Anmelder: Dipl.-Ing. Max Gessner, Lohham bei München.

Der Erfindung liegt die Aufgabe zugrunde, einen Träger zu schaffen, dessen Gurtungen aus Beton bestehen, dessen Gewicht aber erheblich geringer ist, als bei den bisher bekannten Stahlbetonkonstruktionen.



Gemäß der Erfindung werden die Gurtungen, wie an sich bekannt, aus Betonstäben zusammengesetzt, und zwar wird dabei der Zuggurt 1 aus einem zentrisch vorgespannten Betonstab gebildet, der Druckgurt 4 dagegen in der bisher üblichen Weise in Stahlbeton ausgeführt; beide Gurte werden durch beiderseits liegende mit ihnen verbundene Fachwerkstäbe oder -bleche 10, 11 in Abstand gehalten. Es ist zweckmäßig, die der Befestigung der Fachwerkstäbe bzw. -bleche dienenden Bolzen 7, 8 od. dgl. mit der Bewehrung 2, 3 u. 5, 6 der Gurtstäbe zu verbinden. Durch die beidseitige Anordnung der Fachwerkstäbe wird der Träger nicht nur biege-, sondern auch torsionssteif.

Bücherschau

Guerrin, A., u. Daniel, G.: La fabrication et l'utilisation des tuyaux en béton armé et non armé. 136 S. mit 82 Bildern und vielen Zahlentafeln. Paris 1953, Editions Eyrolles. Ganzleinen 1200 fr.

Unter wesentlicher Beschränkung auf französische Verfahren wird die Herstellung von Betonrohren mit einigen Stampf-, Rüttel- und Schleudermaschinen samt der Herrichtung der Bewehrung erläutert. Weiter werden Hinweise über Verwendung, Prüfung und Verlegung bei Freispiegel- und Druckrohrleitungen gegeben und die Angriffsstellen auf Rohre besprochen. Vorgespannte Rohre und einige neue Verfahren sind nicht behandelt. Von Interesse sind Angaben und Tabellen über Verlegung, Auflasten und Einbettungstiefe der Rohre. Die Schrift enthält auch für deutsche Ingenieure, Hersteller und Verbraucher von bewehrten und unbewehrten Betonrohren viel Anregungen.

Marquardt.

Eingegangene Bücher

Die Schriftleitung behält sich vor, die nachstehend aufgeführten Neuerscheinungen gelegentlich zu besprechen.

Daub, Walter: Die Richtlinien zur Anwendung der VOB (Teile A und B). Wortsammlung mit allen ergänzenden Erlassen und Erläuterungen. Ausgabe 1953, 52 Wiesbaden-Berlin, Bauverlag G. m. b. H. Geh. 4,— DM.

„Beton- und Stahlbetonbau“, Lizenz Nr. 271, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin-Wilmersdorf, Hohenzollerndamm 169. Fernsprecher: 87 15 56. Schriftleitung: Reg.-Baumeister a. E. R. Bornemann, geschäftsführendes Vorstandsmitglied des Deutschen Beton-Vereins. (16) Wiesbaden-Eigenheim, Prinz-Nikolas-Straße 19, und Dr.-Ing. Johannes Fiesing, Berlin-Wilmersdorf. Für den Anzeigenteil verantwortlich: Otto Swoboda, Berlin-Wilmersdorf. Anzeigenpreisliste Nr. 2. — Druck: H. Heenemann KG, Berlin-Wilmersdorf. Nachdruck, fotografische Vervielfältigungen, fotomechanische Wiedergabe von ganzen Heften, einzelnen Beiträgen oder Teilen daraus nur mit Genehmigung des Verlags.